

THESE DE DOCTORAT D'ETAT ES SCIENCES PHYSIQUE

présentée

A L'UNIVERSITE PARIS VI

par

MME CHRISTIANE HAUDECOEUR - METON

pour obtenir

le grade de Docteur Es-Sciences

Sujet de la Thèse : Détermination de la diffusion multiple des particules dont la trajectoire est inclinée par rapport au plan de l'émulsion.

soutenue le 29 Octobre 1971 devant la Commission d'Examen

MM. M.MORAND

Président

P.ALAIS

Examineurs

P.CUER



Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41556015_0015

INTRODUCTION

Dans les étoiles d'annihilation des antiprotons ou des antineutrons avec les noyaux de l'émulsion nucléaire, il existe, pour des particules incidentes dont la quantité de mouvement est de l'ordre de quelques GeV/c, un grand nombre de particules émises sous un angle d'inclinaison élevé.

Dans ce travail nous avons recherché une méthode qui permette de déterminer le p_{bc} de telles particules. Leurs traces, que nous voyons au microscope, subissent des courbures dues aux déformations de la gélatine lors du traitement des émulsions, ces déformations perturbent ou rendent impossibles les mesures de diffusion multiple. Nous disposons pour cette étude d'un paquet d'émulsion exposé au faisceau d'antiprotons de 3 GeV/c du CERN.

En 1964, P. Heinzer a déterminé l'énergie de protons de 24 GeV après avoir éliminé l'influence de la déformation sur les mesures de diffusion multiple. Pour parvenir à ce résultat, P. Heinzer s'est basé sur les travaux de Yngve, dans lesquels l'auteur a montré d'une part, qu'au niveau de l'air, la trace conserve après traitement la même direction, et d'autre part, que le point d'impact de la trace au niveau du verre reste invariant. Compte tenu de ces faits P. Heinzer a utilisé un faisceau de protons perpendiculaire à la surface de l'émulsion qui lui a servi de système de référence.

Introduction

The first part of the book is devoted to a general survey of the history of the subject. It begins with a brief account of the early attempts to explain the phenomena of life, and then proceeds to a more detailed examination of the various theories which have been proposed. The second part of the book is devoted to a critical examination of the various theories. It begins with a discussion of the mechanical theory, and then proceeds to a discussion of the vitalist theory. The third part of the book is devoted to a discussion of the various experiments which have been performed in order to test the various theories. It begins with a discussion of the experiments of Spallanzani, and then proceeds to a discussion of the experiments of Pasteur. The fourth part of the book is devoted to a discussion of the various applications of the various theories. It begins with a discussion of the application of the mechanical theory to the study of the structure of the cell, and then proceeds to a discussion of the application of the vitalist theory to the study of the function of the cell. The fifth part of the book is devoted to a discussion of the various conclusions which can be drawn from the various experiments and theories. It begins with a discussion of the conclusion that life is a complex phenomenon, and then proceeds to a discussion of the conclusion that life is a phenomenon which cannot be explained by the laws of physics and chemistry alone.



Il semble que depuis 1964 aucun travail important n'ait été publié sur la déformation et son élimination. Pouvait-on penser qu'après le travail de P. Heinzer, il paraissait indispensable de posséder, dans chaque plaque et pour chaque trace, un système de référence aussi particulier ?

En reprenant les travaux de Apostolakis et Major où il est montré que dans la plupart des cas le déplacement horizontal d'un point après traitement, pouvait être représenté par un polynôme du second degré et par suite que la trace était contenue dans un plan, nous avons été amené à chercher une méthode de projection qui permette d'étudier la déformation subie par la trace dans chaque plaque traversée; cette méthode permet de sélectionner les plaques suivant le type et l'importance de la déformation observée. Pour les unes, la déformation est régulière; même si elle est parfois importante, nous avons alors réussi à l'éliminer. Pour les autres, cette déformation est incohérente, ce qui nous a amené à ne pas utiliser les plaques correspondantes.

Nous avons testé la validité de cette méthode, que nous avons découverte, en déterminant le psc de chaque particule par la méthode des angles de surface de Barkas, mise au point en 1957 et qui repose elle aussi sur les travaux de Yngve.

CHAPITRE I

Rappel des travaux antérieurs et des méthodes particulières utilisées pour déterminer la déformation dans le cas de traces inclinées.

Au cours des différentes phases du traitement, l'émulsion subit des transformations qui provoquent des déformations irréversibles. En effet, lors de la fabrication, du collage, du roulage des émulsions, des tensions apparaissent et pendant le développement, la gélatine se ramollit et permet à ces tensions de se libérer par déplacement des couches de l'émulsion. Les glissements de la gélatine déforment les traces enregistrées, ainsi une trace, qui était préalablement rectiligne, subit une courbure plus ou moins compliquée.

V. Yngve (1), en 1953, a montré que la direction de la tangente à la trace au niveau de l'air reste la même avant et après développement. Ce résultat est compréhensible, puisqu'il n'y a pas de forces de cisaillement à la surface libre, alors qu'au niveau du verre, elles ont leur valeur maximum. Il s'ensuit d'une part, que la direction de la trace avant développement est celle de la tangente à la trace à la surface de chacune des émulsions après traitement, et, d'autre part, que la position de l'intersection de la trace avec le verre n'est pas affectée par ces distorsions: le lien entre le verre et l'émulsion étant très fort.

I - 1 Travaux de A.J. Apostolakis et P. Heinzer.

Par suite des déformations subies par l'émulsion, le déplacement horizontal Δ d'un grain situé à une cote z dans l'émulsion développée peut être représenté par une série du type:

$$\Delta = K_1 z/d + K_2 (z/d)^2 + K_3 (z/d)^3 + \dots$$

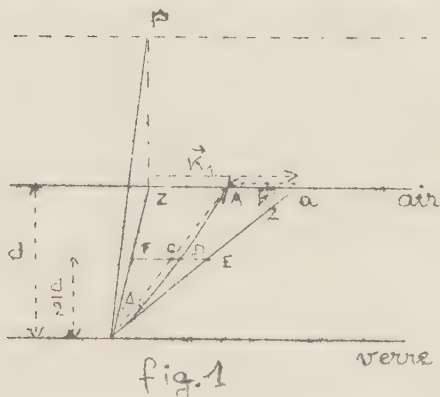
d étant l'épaisseur de l'émulsion développée.

A.J.Apostolakis et J.Major (2) ont montré que la série pouvait être limitée dans la plupart des cas au second ordre.

- Le premier terme représente un déplacement linéaire, nul au niveau du verre, auquel correspond le vecteur $\vec{K}_1$ à la surface. Il a pour effet de modifier l'inclinaison d'une trace rectiligne en la laissant rectiligne.

- Le second terme indique la courbure de la trace et conduit à une distorsion d'ordre quadratique.

On peut représenter schématiquement (fig.1) l'effet de ces deux vecteurs $\vec{K}_1$ et $\vec{K}_2$ sur l'allure de la trace. OP représente la direction de la trace avant développement; après affaîssement sans déformation, le point



P vient en Z; en effet, le coefficient de rigidité μ qui traduit la propriété du corps solide de s'opposer plus ou moins à une déformation par glissement y est nul (l'émulsion mouillée pouvant être considérée comme un liquide); Oa et OA représentent successivement

la position de OZ après action des déformations du premier et du second ordre; ainsi $\vec{Za} = \vec{K}_1$ et $\vec{aA} = \vec{K}_2$

Pour vérifier que la distorsion peut être correctement représentée par les deux seuls vecteurs $\vec{K}_1$ et $\vec{K}_2$, A.J.Apostolakis et J.Major ont cherché à déterminer expérimentalement la relation (1) qui existe entre ces deux vecteurs :

$$\vec{K}_1 = -2\vec{K}_2 \quad (1)$$

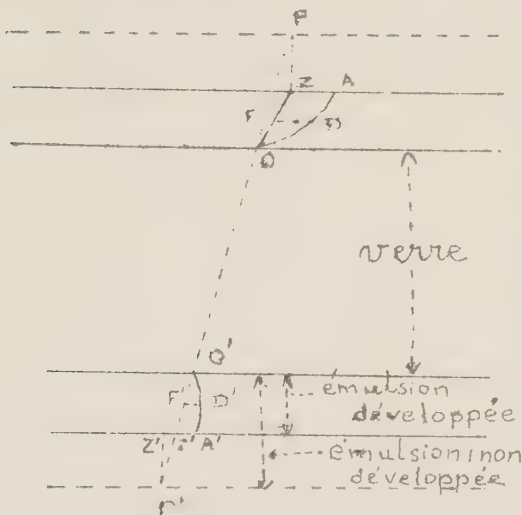
Cette relation se déduit facilement des travaux de V.Yngve qui se tradui-

sont au niveau de l'air par $(d\Delta/dz)_{z=d} = 0$

Des considérations géométriques simples permettent alors d'écrire

$\overrightarrow{FC} = \overrightarrow{CE} = -K_2/2$ à mi hauteur, et, puisque $\overrightarrow{DE}$ représente le terme $K_2(z/d)^2$,
on a $\overrightarrow{DE} = -K_2/4$. On obtient la relation (2) : $\overrightarrow{DF} = 3/4 K_2$ (2)
ce qui lie le vecteur $\overrightarrow{DF}$ au vecteur K_2

Pour vérifier la relation (1), A.J. Apostolakis et J. Major ont mis en oeuvre une technique particulière, utilisant des émulsions collées de part et d'autre d'une même plaque de verre. Ils ont ainsi pu déterminer les



- fig. 2 -

coordonnées (fig. 2) des points O et O' où la particule entre dans le verre et en sort et les coordonnées des points O, D, A et O', D', A'. La mesure de l'épaisseur des plaques non développées a été obtenue en remarquant que le rapport des projections horizontales de la trace dans le verre et dans l'émulsion est égal au rapport des épaisseurs du verre et de l'émulsion non développée; elle leur a permis de déterminer

la position des points P et P' (P et P' étant les points où la trace entrait dans l'émulsion non développée et la quittait). Ainsi A.J. Apostolakis et J. Major ont pu calculer, à partir des coordonnées de P et de P', les coordonnées des couples de points Z, Z' et F, F', milieux de OZ et O'Z' et par suite, déterminer $K_1 = 2ZA$ et $K_2 = 4/3 DF$. En construisant la courbe $K_1 = f(K_2)$, ils ont montré que le rapport K_1/K_2 était égal à $2,03 \pm 0,04$ et par suite, que la distorsion qui prédomine est représentée par un polynôme du second degré

Dans ce cas, il apparaît donc que la courbe déformée est totalement contenue dans le plan OZA.

Au lieu de prendre des émulsions collées de part et d'autre d'une même plaque de verre, P. Heinzer (3) a utilisé en 1964 une autre technique particulière: un paquet d'émulsions a été exposé à un faisceau de protons de 24 GeV ayant par rapport au plan horizontal des inclinaisons de 0° et 90° . Les traces perpendiculaires au plan de l'émulsion lui ont servi de système de référence: d'une part une trace verticale reste verticale en surface après développement, et d'autre part, le point d'impact O de la trace est invariant.

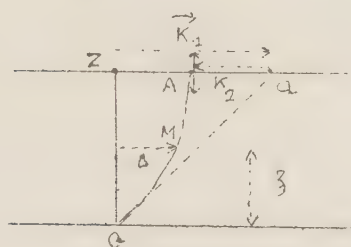


fig 3.

Ainsi P. Heinzer a pu déterminer les vecteurs de déformation $\vec{K}_1$ et $\vec{K}_2$ en surface et la dérivée Δ (fig.3) d'un point M à différentes cotes. Il en a déduit localement le vecteur déformateur dans chaque couche de l'émulsion et par suite,

sa composante normale à la direction du faisceau. Cette composante normale correspondrait au signal mesuré par la méthode de la flèche sur la trace horizontale d'une particule d'énergie infinie déformée par la distorsion. Cette étude lui a permis de déterminer le psc des particules du faisceau; mais il s'agit d'une méthode très particulière qui n'est généralement pas utilisable.

I.2 Méthodes utilisées pour déterminer la diffusion multiple des traces inclinées.

I.2 1 Méthode des différences d'ordre n (4)

Si une trace de très grande énergie est représentée dans le plan de l'émulsion par un polynôme du second degré $y = y_0 + ax + bx^2$, alors $d^2y/dx^2 = b$

et $d^3x/dx^3 = 0$. La déformation est donc éliminée par la 3^{ème} différence des coordonnées de la trace; ainsi, pour une trace d'énergie donnée, la troisième différence représente uniquement le terme de diffusion multiple. Plus généralement, pour un polynôme d'ordre n , la déformation s'élimine par des différences d'ordre $(n+1)$.

Soient $y_1, y_2, y_3, \dots, y_n$ les coordonnées de la trace à intervalles réguliers t

	1ère diff.	2ème diff.	3ème diff. indépendante
y_1			
y_2	$y_1 - y_2$		
y_3	$y_2 - y_3$	$y_1 - 2y_2 + y_3$	
y_4	$y_3 - y_4$	$y_2 - 2y_3 + y_4$	
y_5	$y_4 - y_5$	$y_3 - 2y_4 + y_5$	$y_1 - 2y_2 + 2y_4 - y_5$

Dans le cas d'une trace de très haute énergie, les variations des coordonnées y_i mesurées sur des petites cellules proviennent exclusivement du bruit de fond; si δ_i représente la contribution du bruit de fond sur une lecture y_i :

$$y_i = \pm \delta_i + 0 \quad \text{en remarquant que } \overline{\delta_i \delta_j} = \delta_i^2 \text{ pour } i=j$$

$$\overline{\delta_i \delta_j} = 0 \quad \text{pour } i \neq j$$

On peut écrire pour la différence d'ordre deux:

$$d_1^2 = (y_1 - 2y_{i+1} + y_{i+2})^2 = y_1^2 + 4y_{i+1}^2 + y_{i+2}^2 = 6\delta^2 = \epsilon^2$$

où ϵ représente le bruit de fond sur la seconde différence.

Pour des différences d'ordre plus élevé, la contribution du bruit de fond augmente; en effet, si on prend le cas de la 3^{ème} différence on a:

$$(y_1 - 2y_{i+1} + 2y_{i+3} - y_{i+4})^2 = y_1^2 + 4y_{i+1}^2 + 4y_{i+3}^2 + y_{i+4}^2 = 10\delta^2 = 5/3 \epsilon^2$$

Le bruit de fond a augmenté d'un coefficient $\sqrt{5/3}$ par rapport à celui qui existe sur la seconde différence. Pour cette même troisième différence, le signal dû à la diffusion multiple croît; on détermine le coefficient correspon-

dant en supposant une trace de très faible énergie pour laquelle le signal dû au bruit de fond est de beaucoup inférieur à celui dû à la diffusion. La différence d'ordre 3 peut alors être considérée comme étant exclusivement la conséquence de la diffusion multiple. Ainsi, pour les 3ème différences indé-

$$\overline{T_i^2} = \overline{(d_i - d_{i+2})^2} = \overline{d_i^2} + \overline{d_{i+2}^2} = 2\overline{d_i^2}$$

l'angle α_i entre les cordes est lié à d_i par la relation

$$\overline{d_i} = \overline{\alpha_i} \cdot t \quad \text{avec} \quad \overline{\alpha_i \alpha_j} = 0 \quad \text{si } j > i+1$$

Résumons ces résultats dans le tableau ci-dessous pour la 3ème et la 4ème différence:

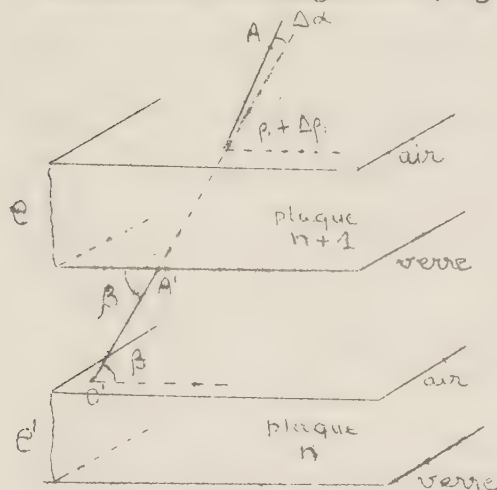
	2ème diff.	3ème diff.	4ème diff.
bruit de fond (BF)	ϵ	$\sqrt{5/3} \epsilon$	$\sqrt{11/3} \epsilon$
signal diffusion multiple	$\overline{\alpha}$	$\sqrt{2} \overline{\alpha}$	$\sqrt{4} \overline{\alpha}$
Rapport signal/BF	1	$\sqrt{6/5}$	$\sqrt{12/11}$

Le rapport entre le coefficient dû à la diffusion multiple et celui dû au bruit de fond est sensiblement constant quelle que soit la différence utilisée; mais le nombre de cellules indépendantes, pour une différence d'ordre n est 2^{n-1} fois plus faible que le nombre de pointés. Ainsi, pour la seconde différence $2^{n-1} = 2$, pour la troisième différence $2^{n-1} = 4$. Ceci est un inconvénient sérieux de la méthode, puisque les corrections de déformation sont particulièrement importantes pour des traces inclinées; or, dans une plaque, ces traces sont courtes, le nombre de pointés est faible et par conséquent une réduction de 2^{n-1} du nombre des cellules indépendantes augmente considérablement l'erreur statistique.

I.2.2 Méthode des angles de surface (5) de W.H.Barkas.

Elle est basée sur les travaux de V.Yngve: la direction de la trace

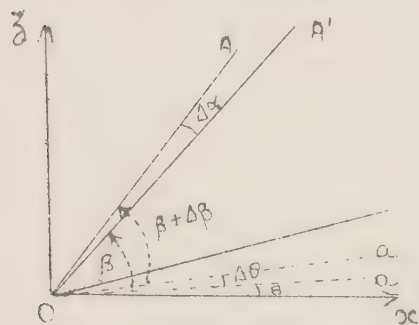
reste constante à la surface de l'émulsion lors du développement. Ceci signifie qu'une trace partant du verre en direction de l'air et dont la direction est $O'A'$ au niveau de l'air possède, à la sortie de la plaque suivante la direction OA . L'angle $\Delta\alpha$ (fig.4) entre ces deux directions OA et $O'A'$ n'est



- fig.4 -

strictement dû qu'à la diffusion multiple de la particule ayant parcouru une longueur t , telle que $t = e / \sin \beta$, β étant l'angle d'inclinaison de la trace par rapport au plan de l'émulsion et e l'épaisseur de la plaque vierge.

Pratiquement, on mesure au niveau de l'air, dans chacune des plaques, l'angle (Ox, Oa) de la direction Ox du faisceau



- fig.5 -

avec la projection Oa de la trace dans le plan de l'émulsion (fig.5). L'étude expérimentale montre que la distribution des angles $\Delta\theta$ de diffusion est

une fonction gaussienne dont on a éliminé les valeurs supérieures à $4\overline{\Delta\theta}$ dues à la diffusion simple, $\Delta\theta$ étant la projection de $\Delta\alpha$ dans le plan horizontal. Désignons par $\Delta\beta$ la variation de l'angle de la trace avec le plan de l'émulsion entre deux plaques successives. On montre aisément qu'en

$$\overline{\Delta\alpha^2} = \overline{\Delta\beta^2} + \overline{\Delta\theta^2 \cos^2 \beta}$$

entre $\Delta\alpha$, $\Delta\beta$ et $\Delta\theta$, il existe la relation

La moyenne $\overline{\Delta\theta}$ des $\Delta\theta_i$ est liée au pbc de la particule par la relation

$$\overline{\Delta\theta} = \frac{K\sqrt{e/100\sin\beta}}{p\beta c \cos\beta}$$

où $\overline{\Delta\theta}$ est exprimé en degré. $e/100 \sin\beta$ est la longueur de la cellule en unités de 100μ et K la constante de diffusion multiple donnée par les courbes de Voyvodic et Pickup (6).

En fait, le signal mesuré $\overline{\Delta\theta}_{\text{mes}}$ comprend deux termes: l'un dû à la diffusion $\overline{\Delta\theta}$ et l'autre dû au bruit de fond ϵ . $\overline{\Delta\theta}$ et ϵ sont deux variables aléatoires indépendantes et centrées; on peut écrire $\overline{\Delta\theta^2}_{\text{mes}} = \overline{\Delta\theta^2} + \overline{\epsilon^2}$

ou encore

$$\overline{\Delta\theta^2}_{\text{mes}} = \left[\frac{K\sqrt{e/100\sin\beta}}{p\beta c \cos\beta} \right]^2 + \epsilon^2$$

La même relation écrite avec des cellules de longueur $2t=2e/100\sin\beta$ permet d'éliminer le bruit de fond entre ces deux équations.

Cette méthode proposée par W.H.Barkas donne des résultats très satisfaisants dans le cas où on dispose d'un très grand nombre de plaques, mais elle est très longue car elle nécessite de très nombreux passages d'une plaque à l'autre; en effet, il n'y a qu'une mesure par plaque. En conséquence, la méthode présente l'inconvénient de donner une erreur statistique élevée. Nous avons cependant pris cette méthode comme test, puisqu'il est nécessaire de pouvoir utiliser des zones où l'on sait que la déformation est nulle.

Après avoir exposé dans le chapitre II la méthode que nous avons découverte pour déterminer la déformation subie par une trace, nous présenterons en détail dans les chapitres II et III les résultats obtenus sur une trace (désignée $\overline{P}_1 t_1$) qui résulte de l'annihilation d'un antiproton. Cette trace a pour inclinaison $\beta=62^\circ$ et son $p\beta c$, déterminé par la méthode de Barkas est de 77 ± 32 MeV; les mesures des angles de surface ont été faites dans 15 plaques.

au cas le plus simple d'une déformation dont la courbe OA est du second degré il suffit de projeter orthogonalement les points de la trace sur un plan P perpendiculaire à OA: dans ce cas, tous les vecteurs tels que $\overrightarrow{C'D'}$ doivent se projeter sur une même droite OB (voir pour exemple fig.8). De plus, on obtient une représentation fidèle de la trace en la projetant dans le plan Q défini par OA et OB: plan qui sera le plus proche de tous les points de la trace (7) .

Pour obtenir les coordonnées des points représentatifs de la trace , nous la divisons en un certain nombre de cellules égales (30 environ), et nous notons les coordonnées x, y, z de chaque extrémité, rapportées au trièdre de référence Oxyz dans lequel xOy désigne le plan de la plaque. Les coordonnées de A sont x_0, y_0 et z_0 .

II. 1 Projection dans le plan P: résolution du problème géométrique

Afin de connaître les projections des points représentatifs de la trace il faut d'abord calculer les composantes des vecteurs unitaires portés par les axes du nouveau système de référence. Soit OXYZ le trièdre lié au plan de projection P. Il est tout indiqué d'orienter l'axe OZ suivant OA; les deux autres axes OX et OY étant choisis dans le plan P. Il nous a paru intéressant, et surtout commode, de résoudre ce problème à l'aide des spineurs.

En effet, un spineur est l'ensemble de deux nombres complexes ξ et η liés à deux vecteurs $\vec{X}$ et $\vec{Y}$ de même origine, égaux et orthogonaux. A partir de ce spineur et de ses composantes ξ et η , il est aisé de déterminer le vecteur $\vec{Z}$ formant avec $\vec{X}$ et $\vec{Y}$ un trièdre direct. Inversement, connaissant l'axe $\vec{OZ}$, on peut calculer ξ et η et, par suite, déterminer facilement les composantes des vecteurs unitaires portés par $\vec{OX}$ et $\vec{OY}$.

Pour résoudre ce problème nous partons donc des données géométriques suivantes:

- l'axe OZ est dirigé suivant OA
- le plan P ,perpendiculaire à OA,contient les axes OX et OY.

II.1.1 Détermination du spineur (ξ, η) associé au vecteur $\vec{Z}$ dont on connaît les composantes définies à partir des cosinus directeurs de OA .

Les cosinus directeurs de OA sont

$$\alpha = \frac{x_0}{\sqrt{x_0^2 + y_0^2 + z_0^2}} \quad \beta = \frac{y_0}{\sqrt{x_0^2 + y_0^2 + z_0^2}} \quad \gamma = \frac{z_0}{\sqrt{x_0^2 + y_0^2 + z_0^2}}$$

Par hypothèse $\vec{X}$ et $\vec{Y}$ sont dans le plan P, donc une symétrie par rapport à P doit laisser $\vec{X}$ et $\vec{Y}$ invariants.

Si A représente la matrice de symétrie par rapport à P, on peut écrire:

$$A \begin{vmatrix} \xi \\ \eta \end{vmatrix} = \lambda \begin{vmatrix} \xi \\ \eta \end{vmatrix} \quad \text{avec} \quad A = \begin{vmatrix} \gamma & \alpha - i\beta \\ \alpha + i\beta & -\gamma \end{vmatrix}$$

Si on applique à nouveau au spineur (ξ, η) l'opérateur A, il reste invariant, par suite $\lambda^2 = 1$ et $\lambda = \pm 1$.

En choisissant la valeur $\lambda = +1$ on obtient la relation (1)

$$\begin{vmatrix} \gamma & \alpha - i\beta \\ \alpha + i\beta & -\gamma \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \xi \\ \eta \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \xi \\ \eta \end{vmatrix} \quad (1)$$

Les vecteurs $\vec{X}$ et $\vec{Y}$ étant unitaires, le spineur (ξ, η) qui leur est associé doit vérifier la relation : $\xi\xi^* + \eta\eta^* = 1$

Dans ce cas ce "spineur unitaire " se met nécessairement sous la forme suivant

$$\begin{aligned}\xi &= \cos\omega e^{i\phi_1} \\ \eta &= \sin\omega e^{i\phi_2}\end{aligned}\quad (2)$$

Il reste à exprimer les trois paramètres ω, ϕ_1 et ϕ_2 définissant le spineur en fonction de α, β, γ .

La relation (1) permet d'écrire

$$\begin{aligned}\xi &= \gamma\xi + (\alpha-i\beta)\eta \\ \eta &= (\alpha+i\beta)\xi - \gamma\eta \\ \xi^* &= \gamma\xi^* + (\alpha+i\beta)\eta^* \\ \eta &= (\alpha-i\beta)\xi^* - \gamma\eta^*\end{aligned}\quad (3)$$

Le spineur (ξ, η) étant unitaire, les relations (3) conduisent à

$$(\alpha+i\beta) = 2\xi^*\eta \quad (\alpha-i\beta) = 2\xi\eta^* \quad \text{et} \quad \gamma = \xi\xi^* - \eta\eta^*$$

En tenant compte des expressions de ξ et η , on obtient

$$2\xi\xi^* = 2\gamma\xi\xi^* + (\alpha-i\beta)\eta\xi^* + (\alpha+i\beta)\eta^*\xi$$

ce qui s'écrit en fonction de γ

$$2\xi\xi^* = 1 + \gamma \quad (4) \quad \text{d'où} \quad \cos\omega = \sqrt{1+\gamma} / \sqrt{2}$$

et par suite $\xi = (\sqrt{1+\gamma}/\sqrt{2}) e^{i\phi_1}$

En tenant compte de l'expression de η dans la relation (3) et de la relation

$$(4), \text{ on obtient : } \eta = \frac{\alpha+i\beta}{\sqrt{2}\sqrt{1+\gamma}} e^{i\phi_1}$$

donc $\phi_1 = \phi_2 = \phi$

Détermination de ϕ

→ → →

Les composantes des vecteurs unitaires X, Y, Z sont données par les relations classiques suivantes:

$$\begin{array}{l} \vec{X} \left\{ \begin{array}{l} x_1 = 1/2(\xi^2 + \xi^{*2} - \eta^2 - \eta^{*2}) \\ y_1 = i/2(\xi^2 - \xi^{*2} + \eta^2 - \eta^{*2}) \\ z_1 = -(\xi\eta + \xi^*\eta^*) \end{array} \right. \quad \vec{Y} \left\{ \begin{array}{l} x_2 = i/2(\xi^2 - \xi^{*2} - \eta^2 + \eta^{*2}) \\ y_2 = 1/2(\xi^2 + \eta^2 + \xi^{*2} + \eta^{*2}) \\ z_2 = i(\xi\eta - \xi^*\eta^*) \end{array} \right. \quad \vec{Z} \left\{ \begin{array}{l} x_3 = \alpha \\ y_3 = \beta \\ z_3 = \gamma \end{array} \right.$$

Afin de déterminer ϕ nous pouvons choisir $\vec{OX}$ à l'intersection du plan xOy

et de P ; ce qui entraîne:

$$z_1 = -\left(\frac{\alpha + i\beta}{2} e^{2i\phi} + \frac{\alpha - i\beta}{2} e^{-2i\phi} \right) = 0$$

d'où pour ϕ la relation :

$$\alpha \cos 2\phi - \beta \sin 2\phi = 0 \quad (6)$$

Si nous posons $\cos \theta = \alpha / \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}$ et $\sin \theta = \beta / \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}$

La relation (6) s'écrit

$$\cos \theta \cos 2\phi - \sin \theta \sin 2\phi = 0$$

$$\cos(2\phi + \theta) = 0$$

d'où $\phi = \pm \pi/4 - \theta/2$ et par suite $\cos 2\phi = \pm \sin \theta$ et $\sin 2\phi = \pm \cos \theta$

On obtient finalement :

$$(7) \left\{ \begin{array}{l} e^{2i\phi} = \sin \theta + i \cos \theta = i(\cos \theta - i \sin \theta) = i e^{-i\theta} \\ e^{-2i\phi} = -i e^{i\theta} \end{array} \right.$$

ou bien

$$(7') \left\{ \begin{array}{l} e^{2i\phi} = -\sin \theta - i \cos \theta = -i(\cos \theta - i \sin \theta) = -i e^{-i\theta} \\ e^{-2i\phi} = i e^{i\theta} \end{array} \right.$$

Tout est ainsi connu pour calculer, pour chaque trace, les cosinus directeurs des nouveaux vecteurs de base dans le plan P . Ces cosinus directeurs sont alors donnés par les formules (5).

On peut facilement trouver quelle détermination il faut prendre pour ϕ , en calculant les composantes des vecteurs $\vec{X}$ et $\vec{Y}$, dans un cas particulier par exemple celui où OZ est confondu avec Ox . Il faut alors que OX soit confondu avec Oy et OY avec Oz .

OZ parallèle à Ox entraîne :

$$\begin{cases} \alpha = 1 & \beta = \gamma = 0 \\ \theta = 0 & \xi = \eta \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{il faut que } x_1 = z_1 = 0 & \quad y_1 = 1 \\ x_2 = y_2 = 0 & \quad z_2 = 1 \end{aligned}$$

ce qui permet de déterminer la valeur $\phi = +\pi/4 - \theta/2$

Finalement les relations (5) permettent de calculer les cosinus directeurs de OX et OY. On obtient:

$$\begin{aligned} \vec{OX} & \begin{cases} x_1 = -\beta/\sqrt{\alpha^2 + \beta^2} \\ y_1 = \alpha/\sqrt{\alpha^2 + \beta^2} \end{cases} & \vec{OY} & \begin{cases} x_2 = -\alpha\gamma/\sqrt{\alpha^2 + \beta^2} \\ y_2 = -\beta\gamma/\sqrt{\alpha^2 + \beta^2} \\ z_2 = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2} \end{cases} \end{aligned}$$

II.1.2 Projection d'un point M de la trace sur les plans P et Q.

La projection orthogonale d'un vecteur $\vec{OM}$ (de composantes x, y, z) sur le plan P est définie par le théorème des projections:

$$\vec{CM} = x \vec{U} + y \vec{V} + z \vec{W},$$

les vecteurs $\vec{U}, \vec{V}, \vec{W}$, étant portés respectivement par les axes Ox, Oy et Oz. On a donc:

$$\begin{aligned} \text{proj}_{OX} \vec{OM} &= x x_1 + y y_1 \\ \text{proj}_{OY} \vec{OM} &= x x_2 + y y_2 + z z_2. \end{aligned}$$

Comme nous l'avons vu précédemment, dans le cas d'une déformation simple, les points M doivent se projeter dans le plan P suivant une droite OB de pente $\xi\gamma/\xi x$, dont les cosinus directeurs dans le trièdre OXYZ sont $u, v, 0$.

On obtient facilement les projections des points M dans le plan Q

défini par les axes OA et OB. Les coordonnées m et n de la projection de chaque point M sont alors :

$$m = \alpha x + \beta y + \gamma z$$

$$n = (u x_1 + v x_2) x + (u y_1 + v y_2) y + v z_2 z .$$

Ces calculs faciles à programmer ont été réalisés sur IBM 1620 et nous ont permis de construire les courbes représentatives de la trace dans ces plans.

II.2 Représentation graphique.

Nous avons sélectionné deux types de traces, dites courbes du type a et b dans le plan P, auxquelles correspondent respectivement dans le plan Q les courbes du type a' et b'.

La trace $\overline{p}_1 t_1$ que nous avons choisie pour cette étude permet d'observer ces diverses possibilités à travers les plaques qu'elle traverse.

II.2.1 Courbe du type a et a' (plaques 58 et 55) .

Les grains de la trace se projettent très près de la direction moyenne OB (fig.8); ces grains sont donc dans le plan Q ou très proches de celui-ci: on obtient en effet dans ce plan une courbe a' (fig.10 et 12), qui met en évidence une déformation cohérente de grande amplitude (15μ); elle correspond à un type de déformation bien déterminé.

Les sections de trace dans les plaques 56 et 59 se rattachent aux courbes du même type a et a' : la direction OB est bien déterminée, mais l'amplitude de la déformation est beaucoup plus faible (6 et 4μ)- (fig.7 et 8) et (fig. 9 et 11)

plaque 57

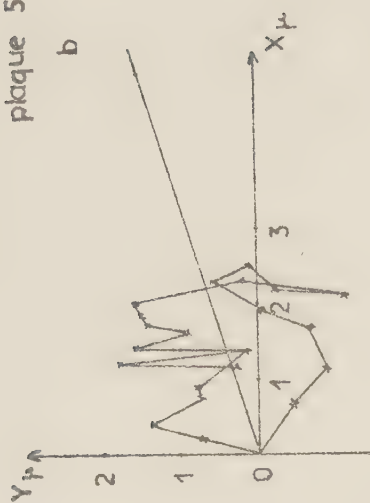
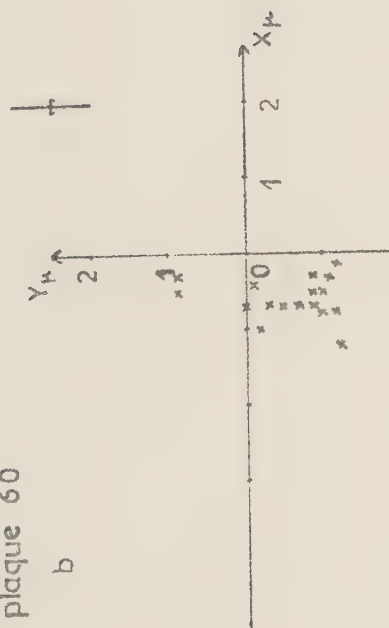


fig.7 PROJECTION DANS LE PLAN P
PERPENDICULAIRE A OA

plaque 60



plaque 59

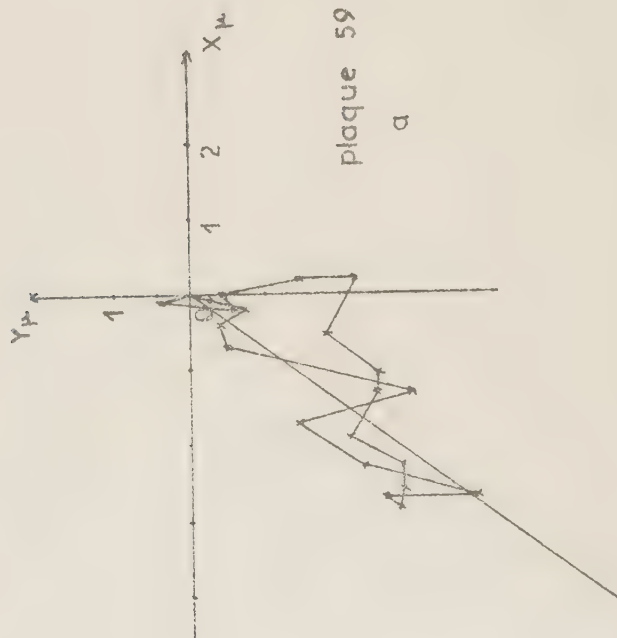
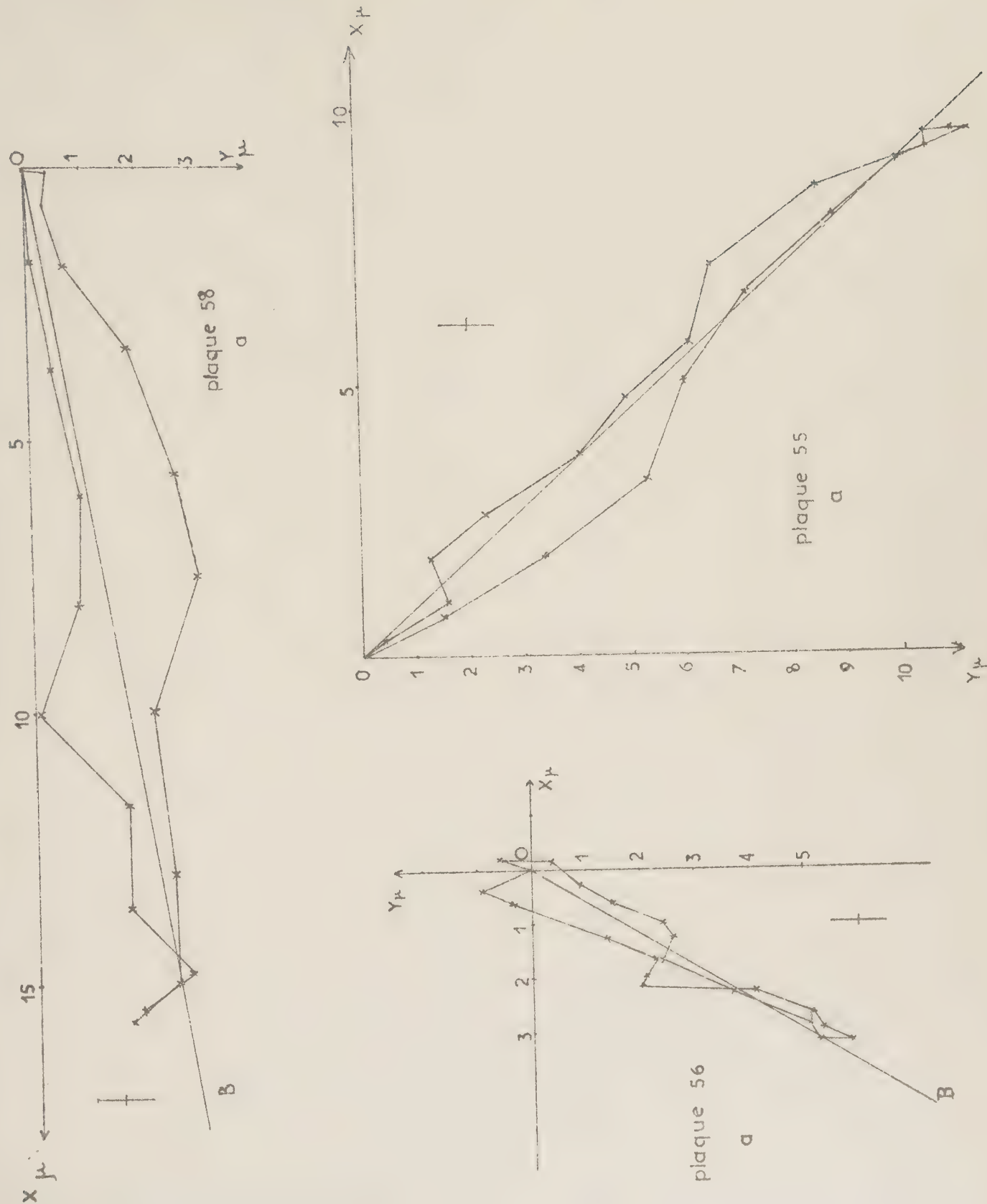


fig. 8 PROJECTION DANS LE PLAN P PERPENDICULAIRE A OA



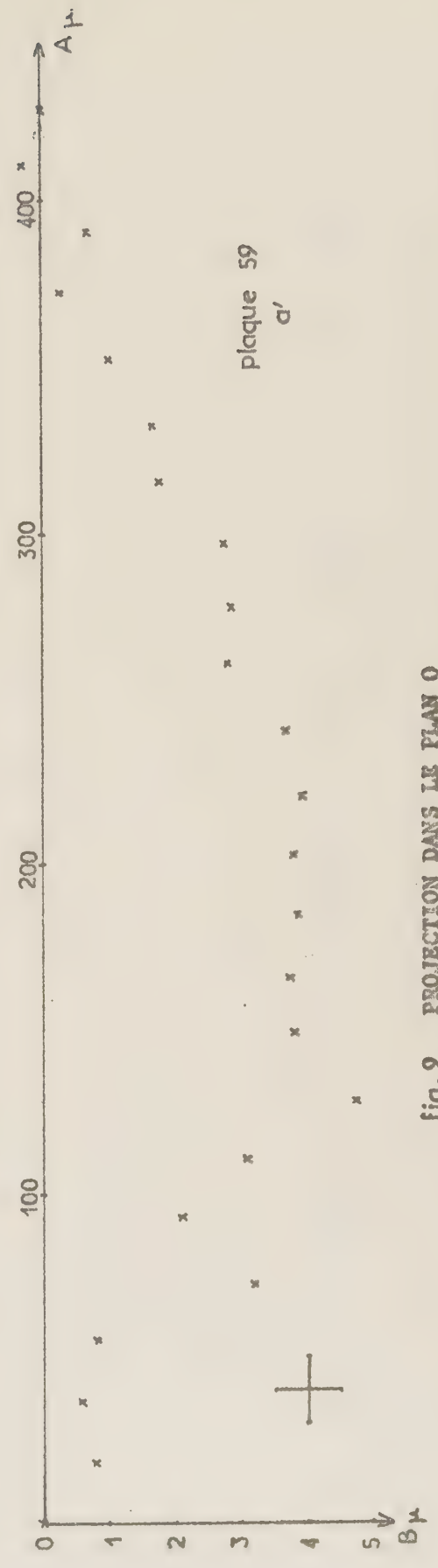
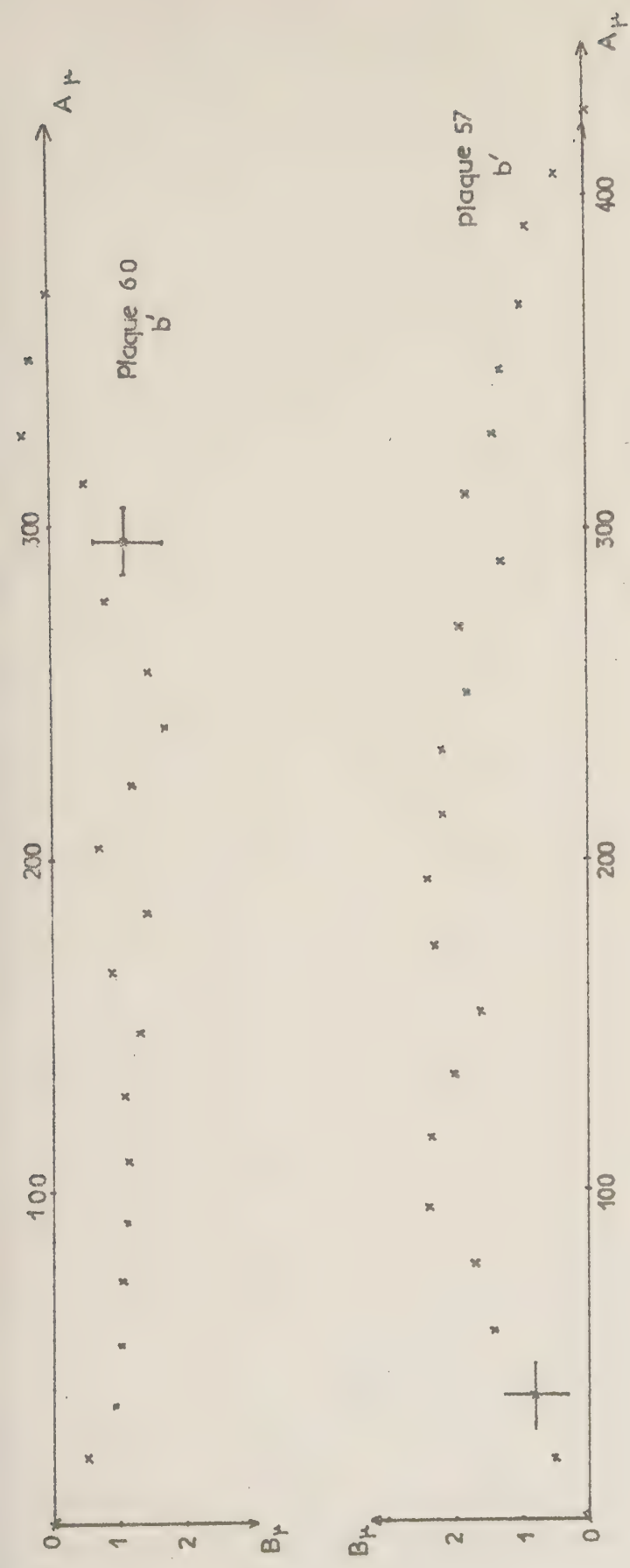


fig. 9 PROJECTION DANS LE PLAN Q

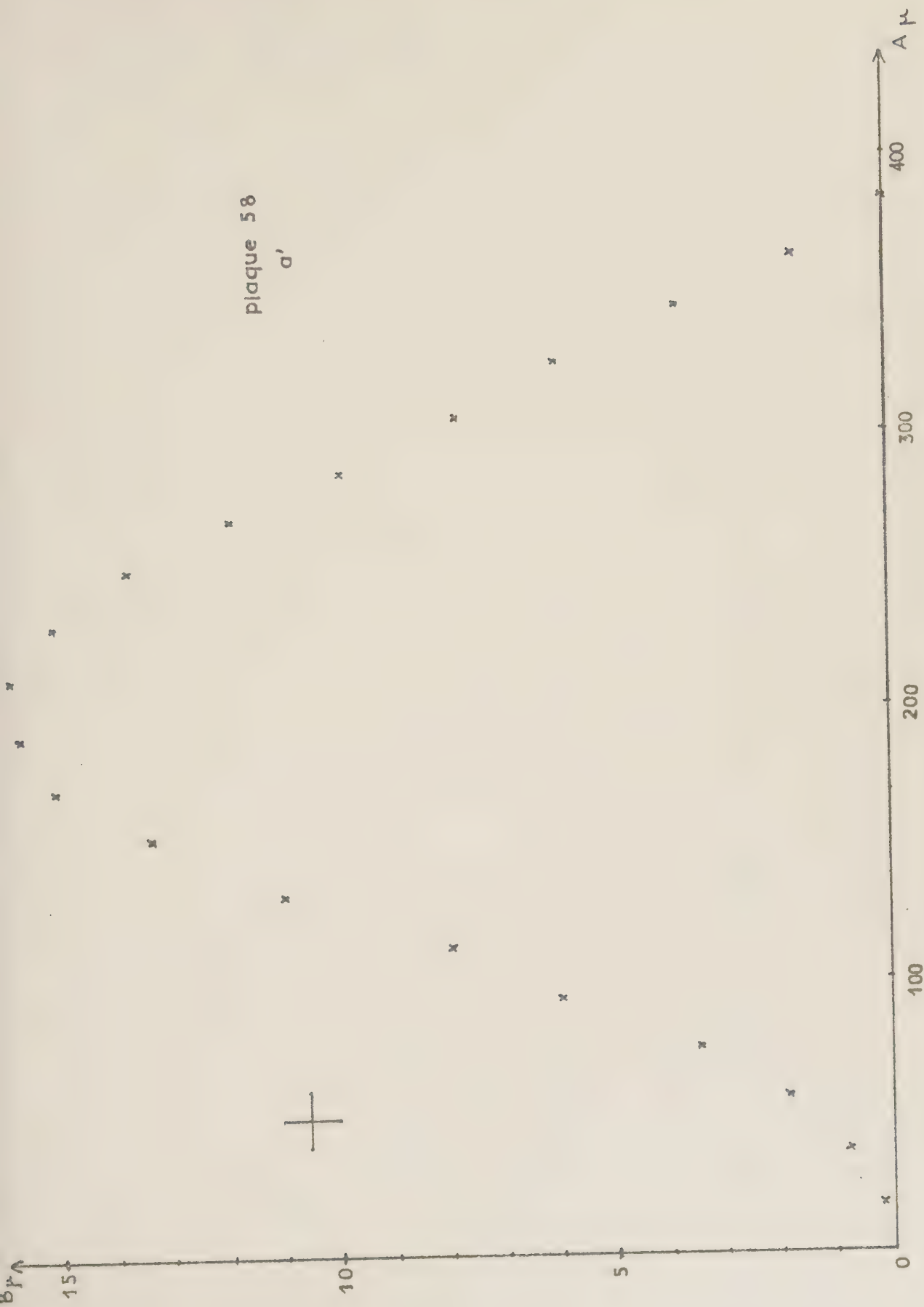
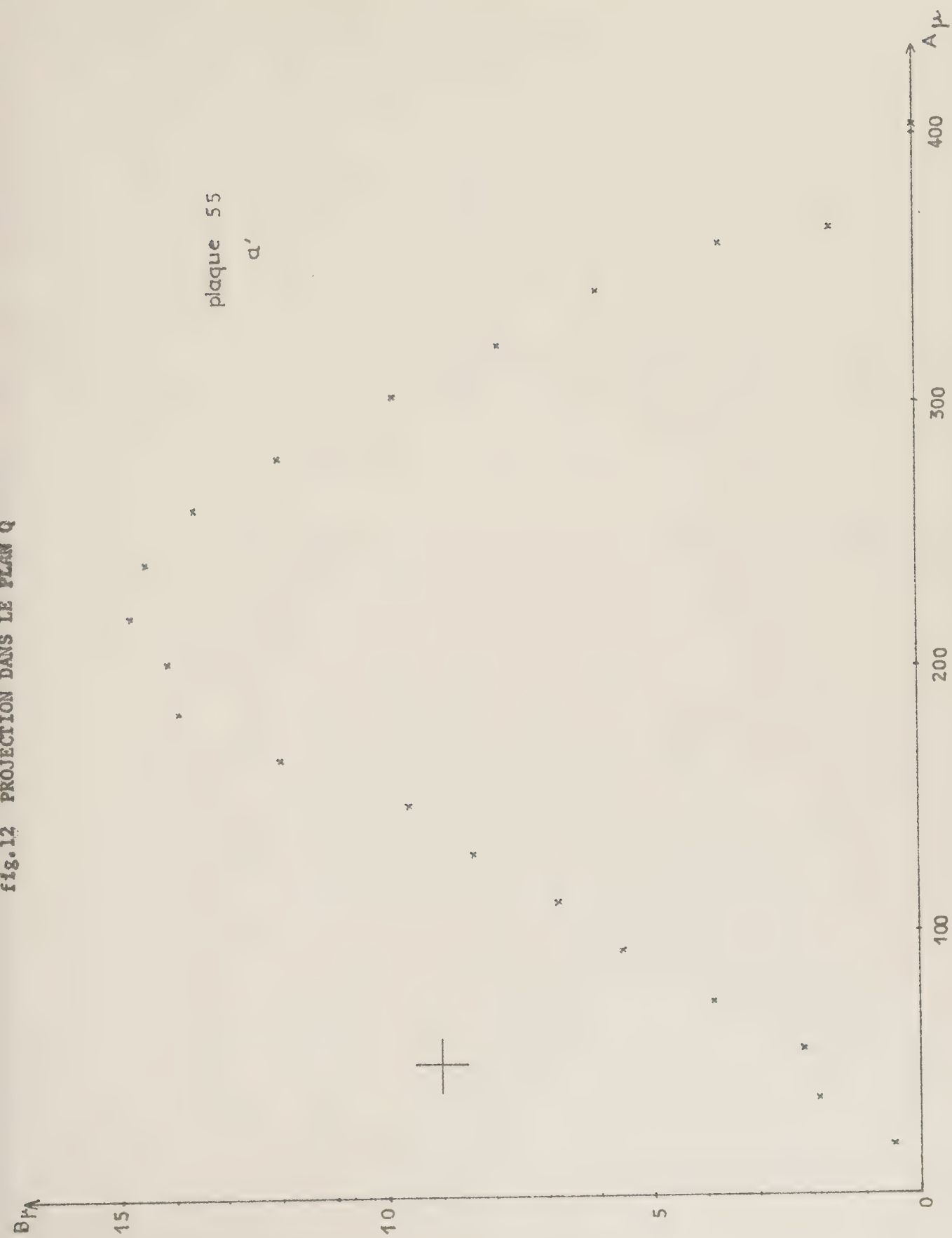


fig.10. PROJECTION DANS LE PLAN Q



fig. 11 PROJECTION DANS LE PLAN Q

fig.12 PROJECTION DANS LE PLAN Q



II.2.2 Courbe du type b et b' (plaques 60 et 57).

Les grains de la trace se projettent dans le plan P au voisinage immédiat du point O (fig.7);dans ce cas une direction moyenne OB n'existe pas ou est moins significative.Dans le plan Q ,les points sont proches de la direction OA (fig.9).Il semble n'y avoir aucune déformation.(dans le cas de la plaque 60,la direction OB n'a aucune signification,tous les points se projetant au voisinage de O).

Notons que les erreurs sur les projections des points M ont été calculées en prenant $\Delta x = 0,5\mu$, $\Delta y = 20 \text{ div.} = 0,08\mu$ et $\Delta z = 1\mu$;ce qui donne dans le plan P $\Delta X = \pm 0,1\mu$, $\Delta Y = \pm 0,9\mu$,et dans le plan Q $\Delta M = \pm 1,2\mu$, $\Delta N = \pm 1\mu$.

Etant donné que ,sur une même trace,les mesures sont effectuées sur un nombre suffisant de plaques (6 à 8),il est alors possible,à partir des projections dans le plan P et Q de sélectionner les plaques qui ne présentent pas de déformation et de les utiliser comme plaque de référence.

En plus du fait que l'on connaît le comportement de la trace dans les plaques non déformées,il est également possible de tirer parti des plaques plus déformées en éliminant la déformation;mais celle-ci n'obéit pas nécessairement à une loi aussi simple que celle du second degré,et nous allons voir,dans le chapitre suivant,comment,dans ce cas,nous sommes parvenu à l'éliminer.

CHAPITRE III

Simulation de trace et élimination de la déformation en utilisant un polynôme de degré n .

Les projections de la trace ,lors de son passage dans chacune des plaques,nous ont donné une image fidèle du comportement de la trace dans chaque émulsion.Nous avons constaté que la déformation était régulière,bien que,parfois,de grande amplitude,et nous avons pu séparer les plaques sans déformation de celles qui présentent une déformation cohérente.

Notre but est maintenant de chercher comment exploiter les mesures de diffusion multiple dans les plaques où la déformation est régulière bien qu'importante.

Après développement,la trace peut toujours être représentée par un polynôme de degré n .Nous allons essayer d'établir l'équation du polynôme qui s'ajuste le mieux,dans le plan de l'émulsion,à la courbe expérimentale pour chacune des plaques.Pour cela,nous avons utilisé la méthode des moindres carrés et ajusté successivement la trajectoire à un polynôme du 2^e,3^e,4^e,et 5^e degré.

La méthode que nous avons mise au point consiste à retrancher à l'ordonnée de chaque point expérimental la valeur de l'ordonnée du point de même abscisse situé sur la courbe représentant le polynôme.En opérant ainsi,la courbure de la trace due à la déformation (3) peut être éliminée.

III.1 Représentation de la trace par un polynôme en utilisant la méthode des moindres carrés.

La fonction d'approximation peut être représentée par le polynôme

$$A_0 x^p + A_1 x^{p-1} + \dots + A_{p-1} x + A_p$$

qui sera déterminé en écrivant la condition pour qu'il passe le plus près possible des points expérimentaux (x_i, y_i) .

Mathématiquement, cette condition peut se traduire par le fait qu'il faut rendre minimum l'erreur quadratique commise. Aux points x_0, y_0 ,

$x_1, y_1, \dots, x_i, y_i, \dots$, les erreurs $\epsilon_0, \epsilon_1, \dots, \epsilon_i, \dots$, sont telles que

$$\epsilon_0 = y_0 - (A_0 x_0^p + A_1 x_0^{p-1} + \dots + A_p)$$

$$\epsilon_1 = y_1 - (A_0 x_1^p + A_1 x_1^{p-1} + \dots + A_p)$$

.....

$$\epsilon_i = y_i - (A_0 x_i^p + A_1 x_i^{p-1} + \dots + A_p)$$

.....

L'erreur quadratique moyenne est donc $\sqrt{\sum_{i=0}^n \epsilon_i^2 / n}$; elle est minimum pour

$$E = \sum_{i=0}^n \epsilon_i^2 \text{ minimum, c'est à dire :}$$

$$\partial E / \partial A_0 = 0 \dots \partial E / \partial A_i = 0 \quad \text{etc...}$$

d'où le système suivant pour déterminer $A_0, \dots, A_n$.

$$A_0 \sum_{i=0}^n x_i^{2p} + A_1 \sum_{i=0}^n x_i^{2p-1} + \dots + A_p \sum_{i=0}^n x_i^p = \sum_{i=0}^n y_i x_i^p$$

$$A_0 \sum_{i=0}^n x_i^{2p-1} + A_1 \sum_{i=0}^n x_i^{2p-2} + \dots + A_p \sum_{i=0}^n x_i^{p-1} = \sum_{i=0}^n y_i x_i^{p-1}$$

.....

$$A_0 \sum_{i=0}^n x_i^p + A_1 \sum_{i=0}^n x_i^{p-1} + \dots + A_p \sum_{i=0}^n 1 = \sum_{i=0}^n y_i$$

Pour résoudre ce système d'équations linéaires, nous avons utilisé

la méthode de Gauss (?) (qui est une adaptation de la méthode classique d'élimination par combinaison linéaire et qui a pour but de réduire les écritures). Nous avons fait les calculs sur IBM 1620 à l'aide du sous-programme IBM GELC .

III.2 Elimination de la déformation.

Reprenons la trace $\overline{P}_1 t_1$ que nous avons étudiée précédemment. Dans les six premières plaques traversées, nous avons fait des pointés des ordonnées de la trace de 5 en 5 μ .

Afin de comparer aisément la trace d'une plaque à l'autre, nous avons construit les courbes représentant la répartition des grains de la trace après rotation des axes, de telle sorte que le premier et le dernier point de la trace soient sur l'axe des X. Nous rappelons toutefois que cet alignement est grossièrement réalisé lors des mesures, si bien que l'angle θ de rotation peut être considéré comme petit et assimilé à sa tangente.

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{y_N - y_1}{(N - 1)t} \approx \theta$$

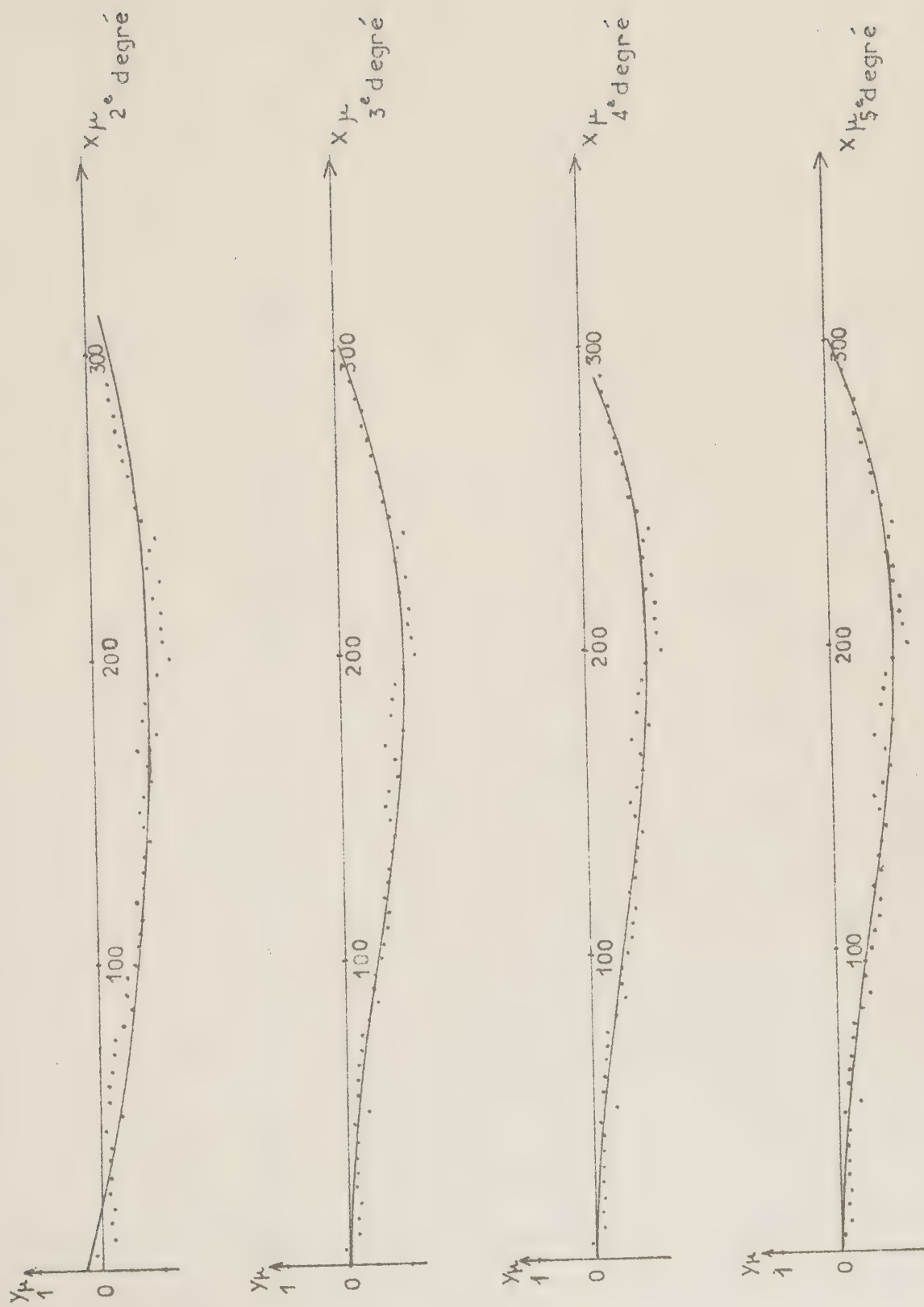
$$y'_i = y_i \cos \theta - x_i \sin \theta \approx y_i - x_i \theta$$

$$x'_i = y_i \sin \theta + x_i \cos \theta \approx x_i$$

Sur ces mêmes courbes, nous avons représenté les polynômes du 2^e, 3^e, 4^e et 5^e degré correspondant à la courbure de la trace. Examinons les résultats obtenus pour chacune des plaques.

- plaque 60 (fig. 13 et 14). Les points expérimentaux donnent une courbe peu déformée, l'amplitude de la déformation est de 1 μ . Après avoir ajusté cette courbe à des polynômes de degré 2, 3, 4, 5 et avoir retranché la courbure, nous obtenons, quelque soit le degré du polynôme, 4 courbes identiques.

fig.13 PROJECTION DE LA TRACE DANS LE PLAN DE L'EMULSION



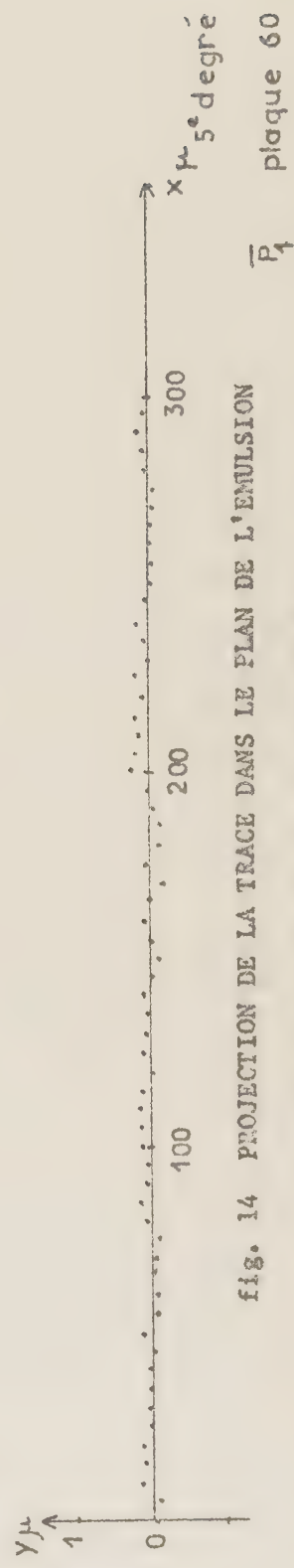
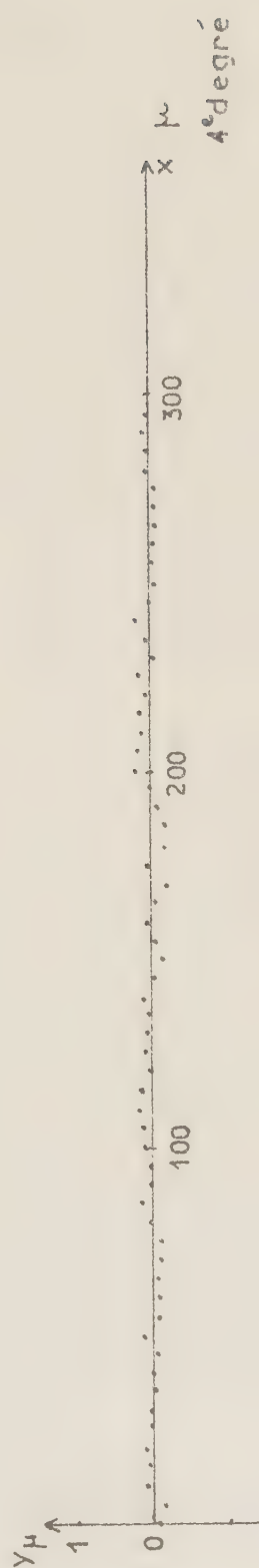
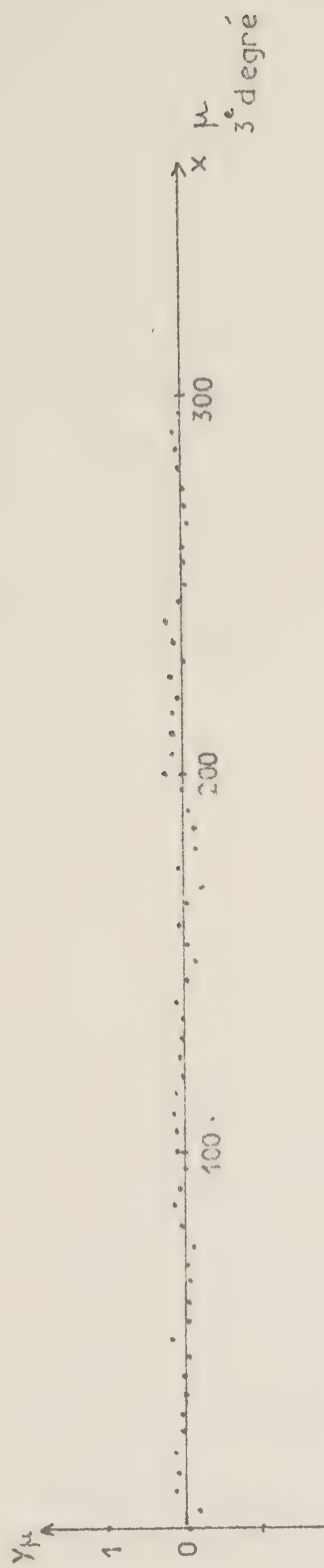
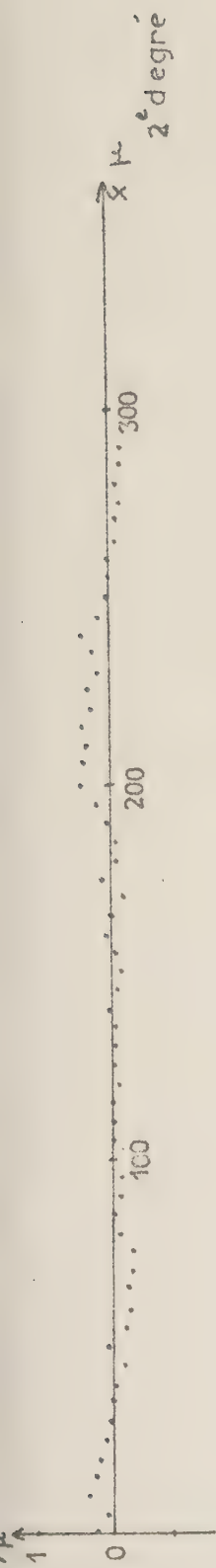


fig. 14 PROJECTION DE LA TRACE DANS LE PLAN DE L'EMULSION
APRES ELIMINATION DE LA DEFORMATION

$\overline{P}_1$

plaque 60

- plaque 59 (fig.15 et 16).L'amplitude de la déformation est ici de 2μ , mais nous avons le même aspect que pour la plaque 60.
- plaque 58 (fig.17 et 18).Dans cette plaque,au contraire,la déformation est très importante;l'amplitude est de 14μ .En essayant d'éliminer la courbure,nous constatons qu'en utilisant un polynôme du 2è ou 3è degré (fig.19),l'amplitude reste grande et qu'en prenant un polynôme du 4è ou 5è degré (fig.20),l'amplitude a diminué,mais reste bien supérieure à celle que nous avons pour les plaques précédentes.
- plaque 57 (fig.21 et 22).Les points expérimentaux donnent une trace très peu déformée et,quelque soit le degré utilisé,les courbes restent identiques.
- plaque 56 (fig.23 et 24).Il semble y avoir une déformation en S,les courbes relatives au 2è et 3è degré donnent une grande amplitude,alors que celles relatives au 4è ou 5è degré deviennent très aplaties.
- plaque 55 (fig.25,26 et 27).La déformation est très grande:pour le 2è et 3è degré,l'amplitude reste grande,alors que pour le 4è et 5è degré,l'amplitude diminue,mais reste de l'ordre de grandeur de celle des plaques peu déformées.(plaques 57,59 et 60)

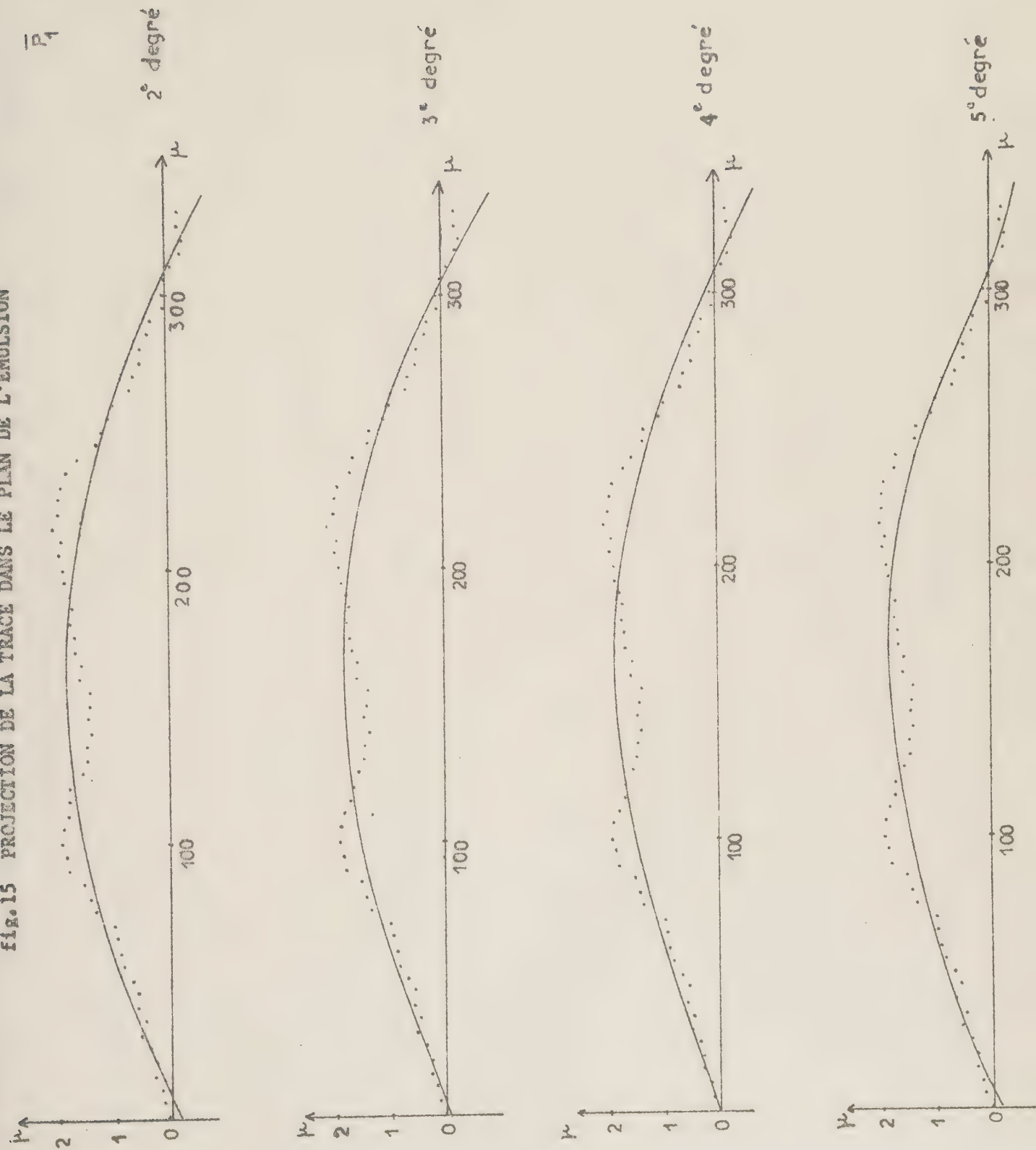
Il nous a semblé prudent d'éliminer des plaques telles que la 56 et la 58.En effet,après élimination de la courbure,l'amplitude reste grande (plaque 53) ,ou devient très petite (plaque 56),et le choix entre ces plaques devient impossible.

Par contre ,la plaque 55,bien que déformée,donne après élimination une amplitude identique à celle des plaques 57,59 et 60.

Enfin,pour ces plaques 57,59 et 60,un problème se pose:la cour-

FIG. 15 PROJECTION DE LA TRACE DANS LE PLAN DE L'EMULSION

$\bar{P}_1$ Plaque 59



APRES ELIMINATION DE LA DEFORMATION



fig. 17 PROJECTION DE LA TRACE DANS LE PLAN DE L'EMULSION

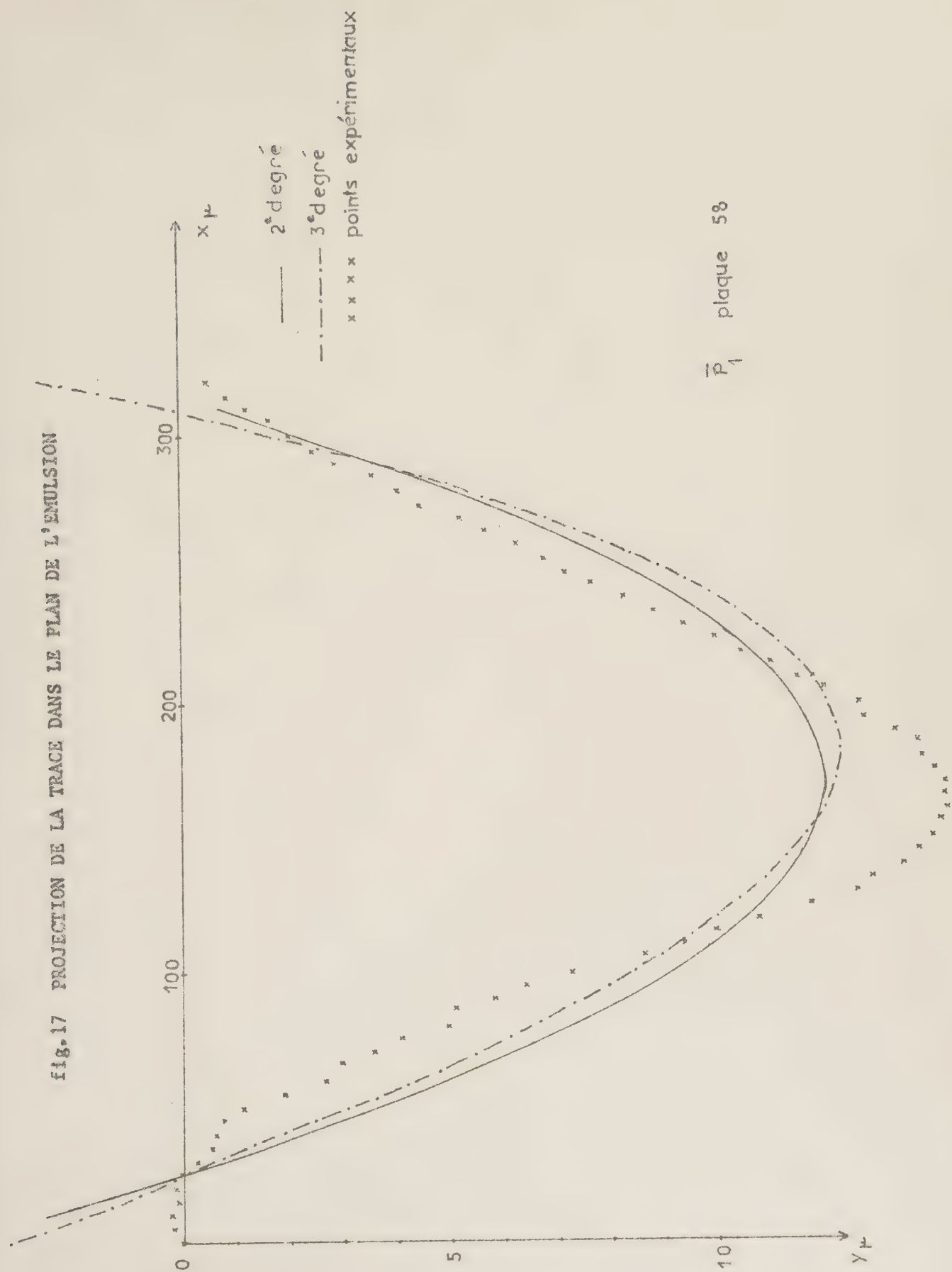


fig. 18 PROJECTION DE LA TRACE DANS LE PLAN DE L'EMULSION

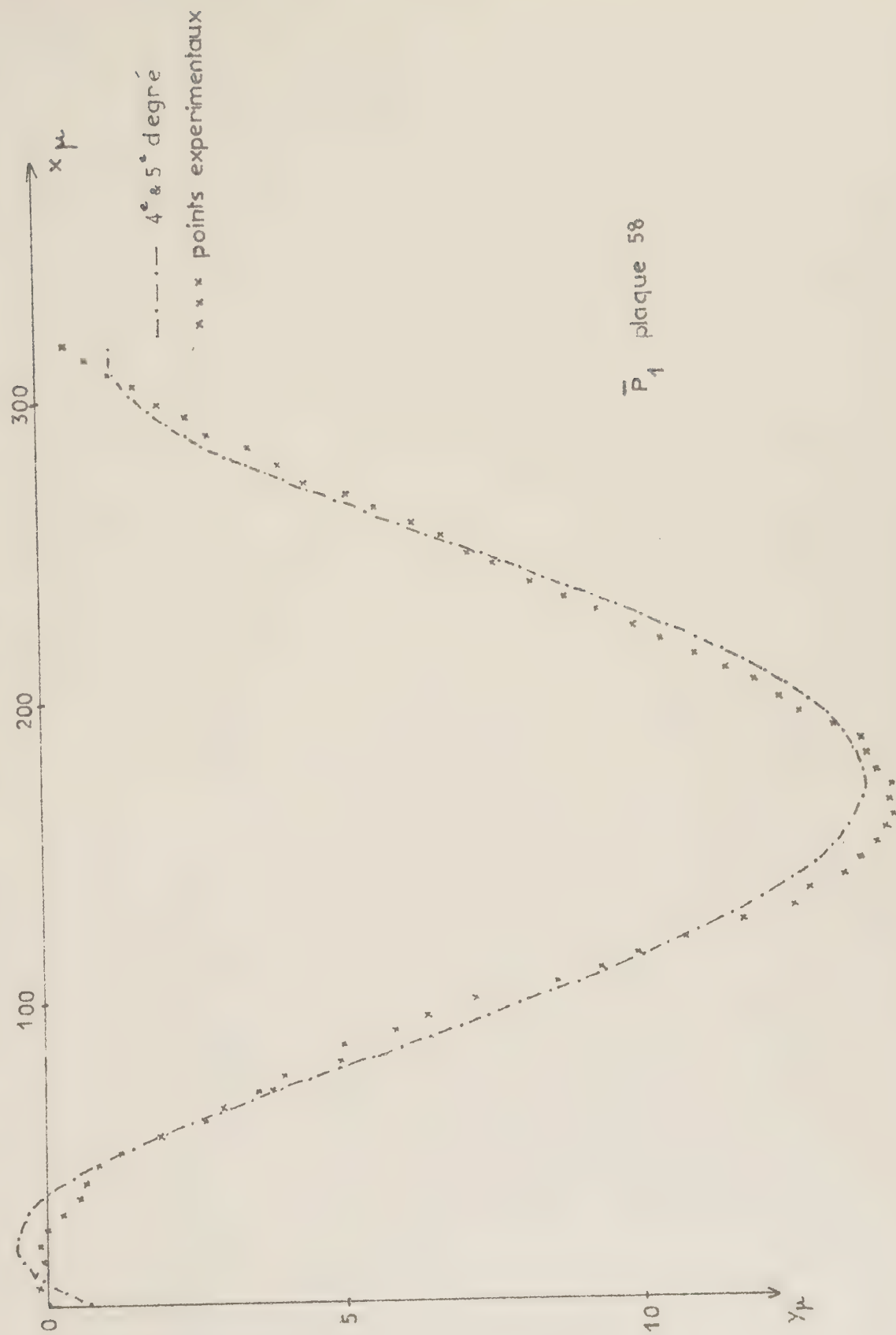
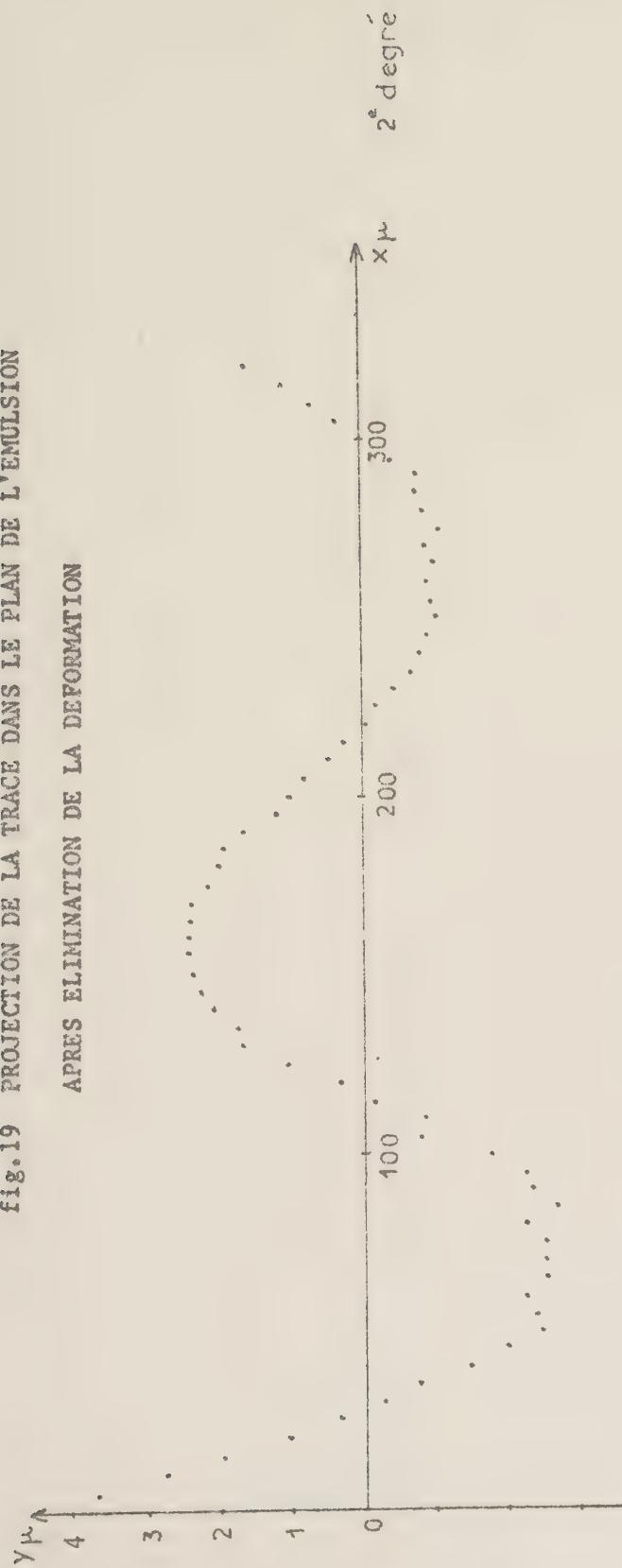
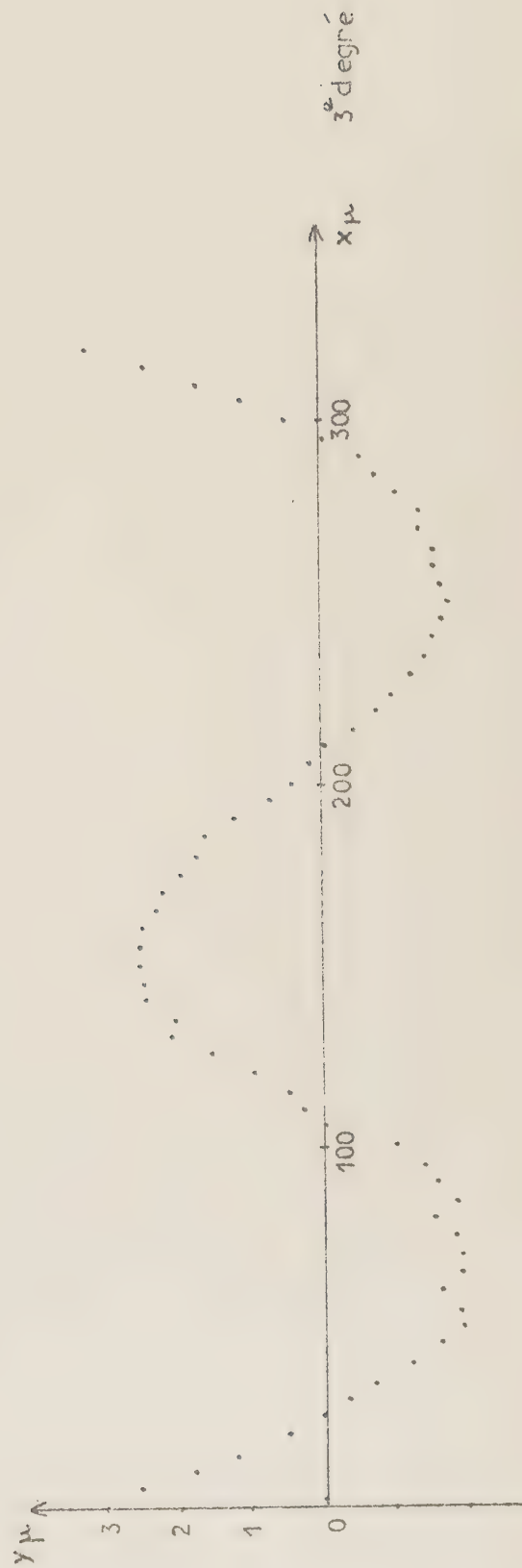
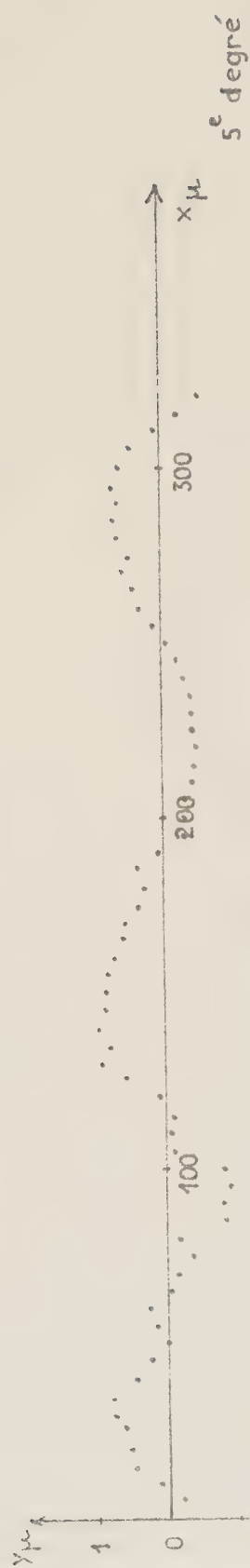


fig.19 PROJECTION DE LA TRACE DANS LE PLAN DE L'EMULSION
APRES ELIMINATION DE LA DEFORMATION



$\overline{P}_1$ plaque 58





$\overline{P}_1$ plaque 58

fig.20 PROJECTION DE LA TRACE DANS LE PLAN DE L'EMULSION
APRES ELIMINATION DE LA DEFORMATION

fig.21 PROJECTION DE LA TRACE DANS LE PLAN DE L'EMULSION

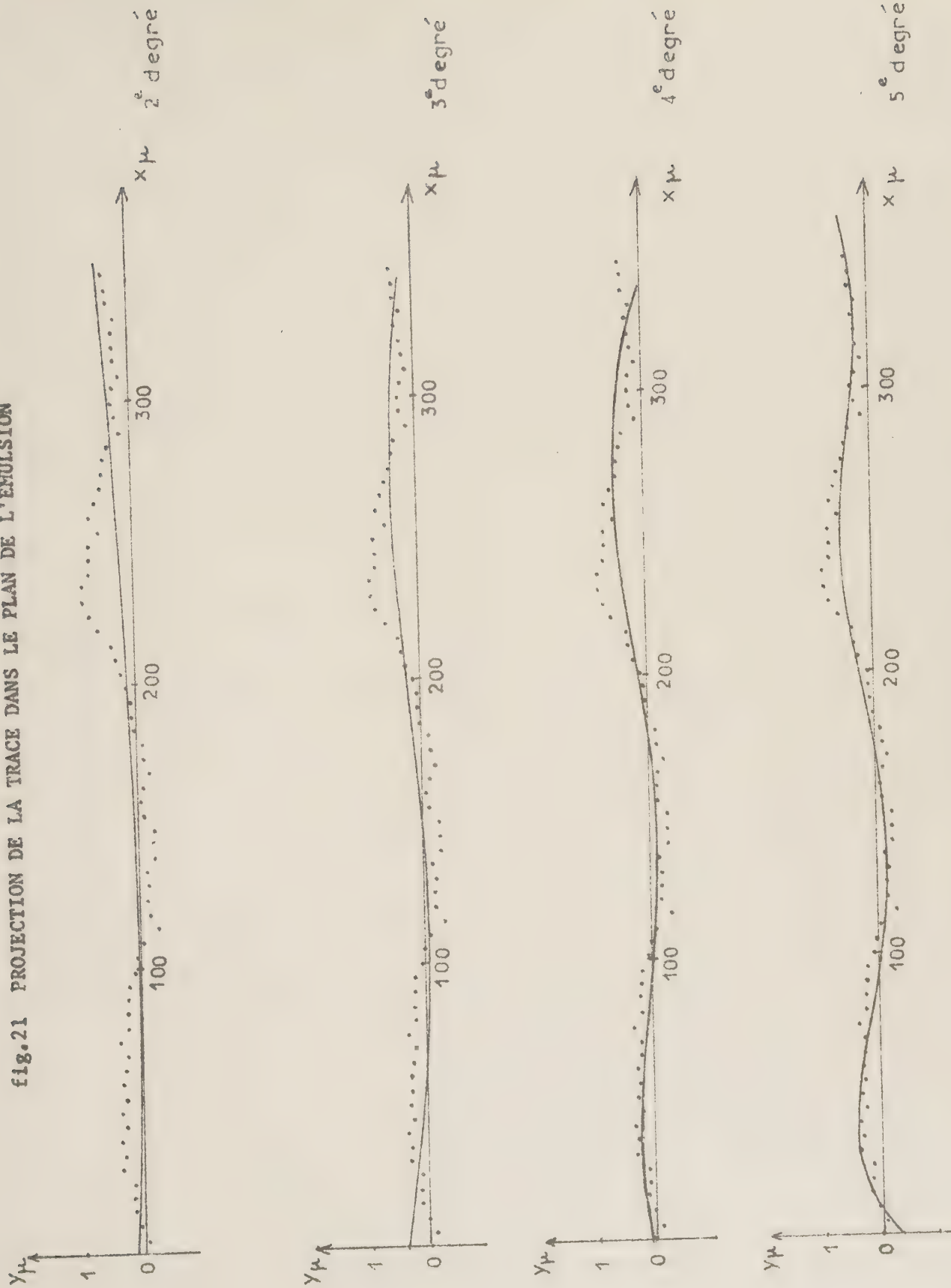


fig.22 PROJECTION DE LA TRACE DANS LE PLAN DE L'EMULSION

APRES ELIMINATION DE LA DEFORMATION

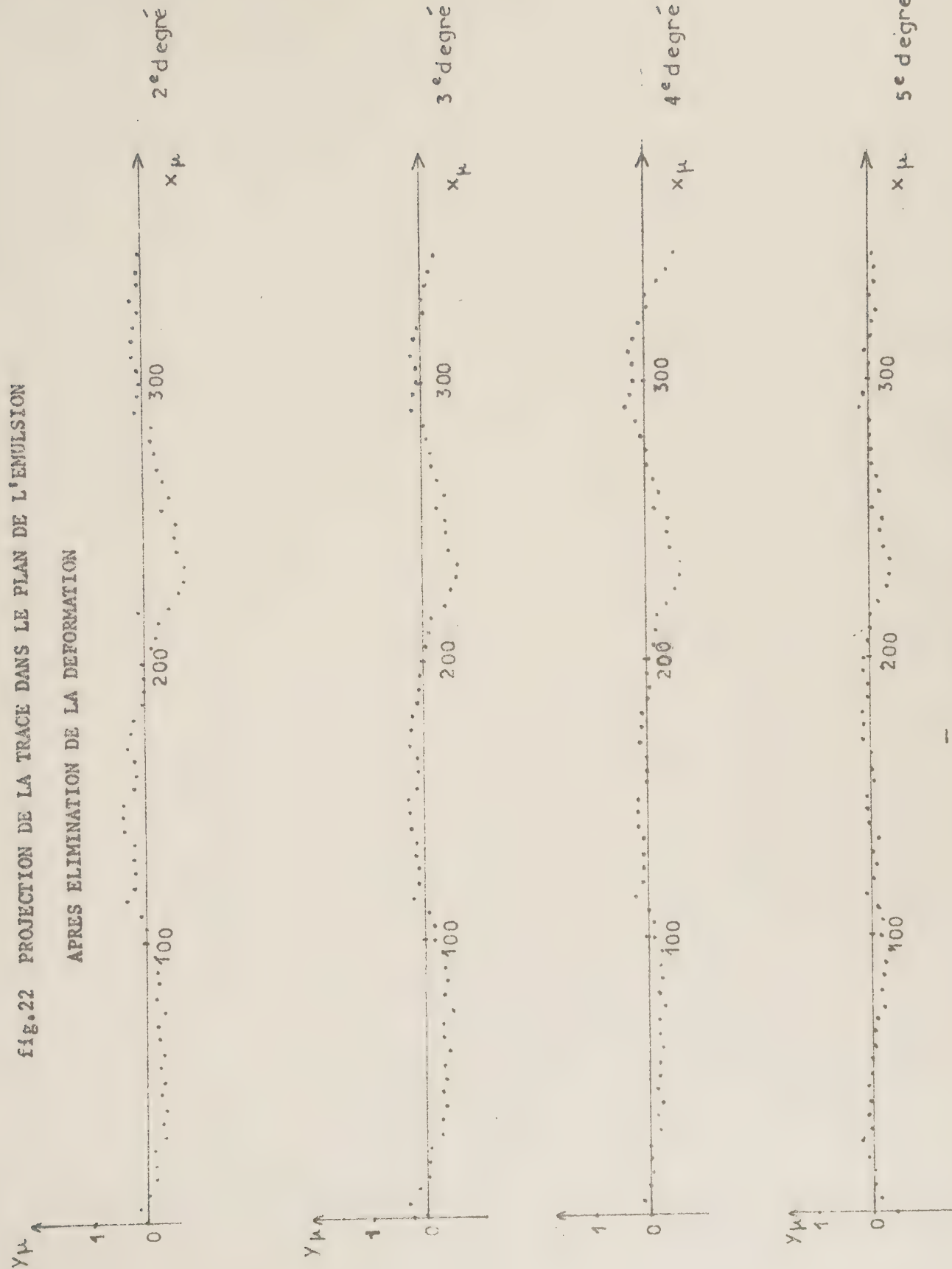


fig.23 PROJECTION DE LA TRACE DANS LE PLAN DE L'EMULSION

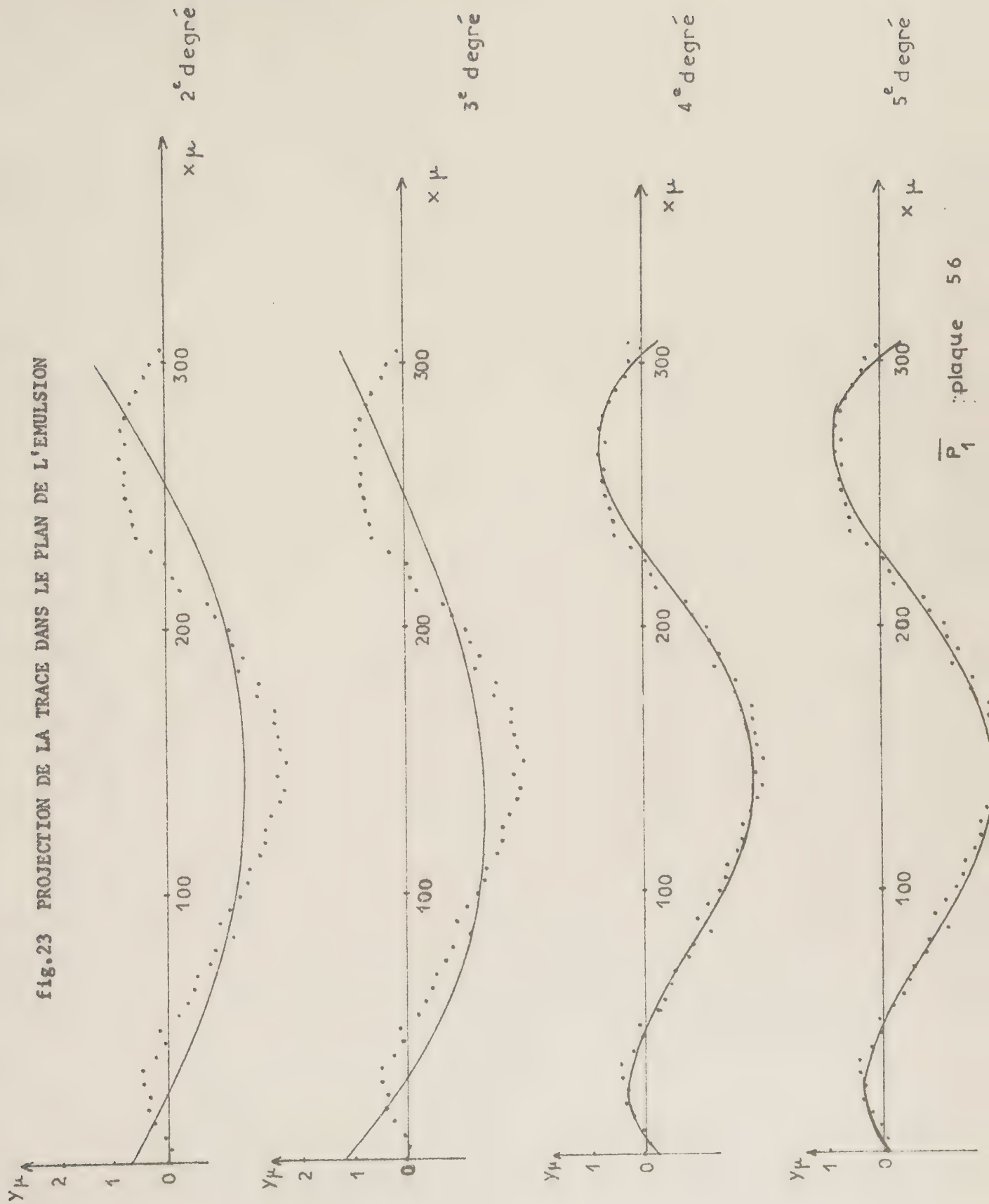
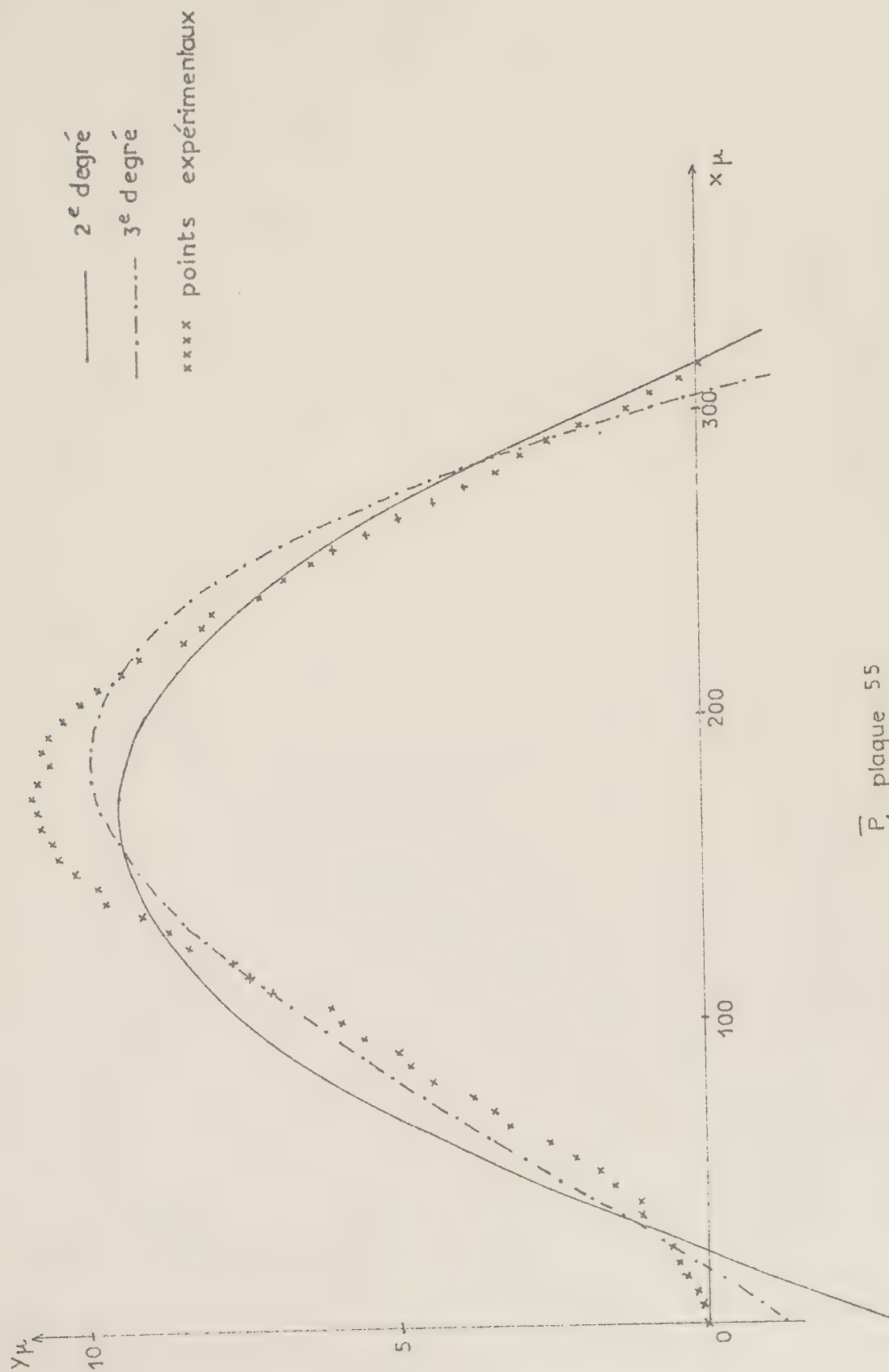


fig. 24 PROJECTION DE LA TRACE DANS LE PLAN DE L'EMULSION

APRES ELIMINATION DE LA DEFORMATION





$\overline{P}_1$ plaque 55

fig.25 PROJECTION DE LA TRACE DANS LE PLAN DE L'EMULSION

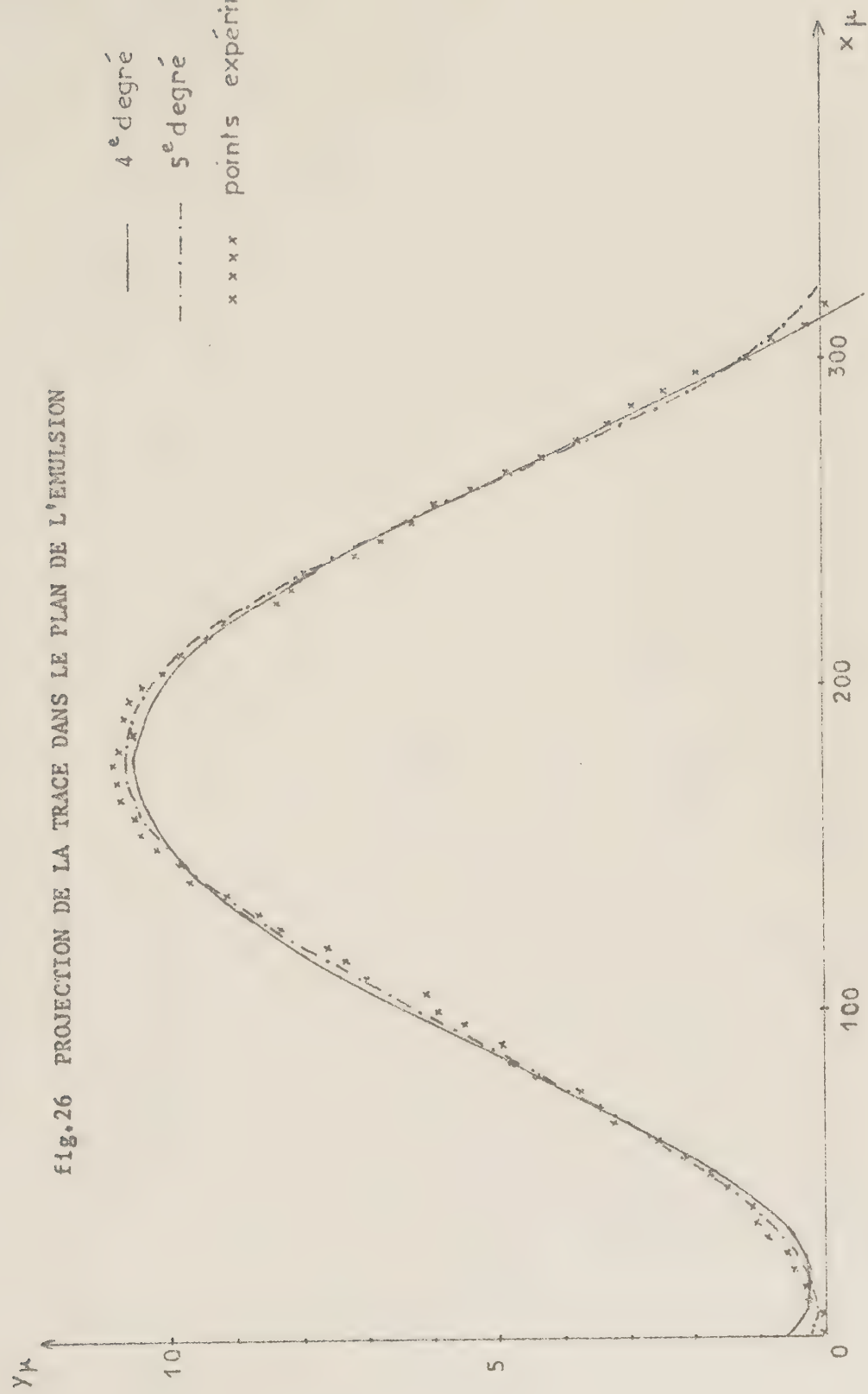


fig.27 PROJECTION DE LA TRACE DANS LE PLAN DE L'EMULSION

APRES ELIMINATION DE LA DEFORMATION



bure apparente de la trace est-elle vraiment due à la déformation, ou n'est-ce pas tout simplement le phénomène de diffusion multiple qui la provoque ? Pour répondre à cette question, il nous a paru indispensable de construire des courbes théoriques simulant la trajectoire d'une particule, à partir de la connaissance de la distribution angulaire et spatiale des points de la trace après traversée d'une épaisseur t d'émulsion. Ces courbes nous serviront de référence.

III.3 Simulation de trace.

III.3.1 Théorie .

Quand une particule chargée traverse une épaisseur t d'émulsion, elle subit un grand nombre de collisions qui provoquent de nombreux petits changements de direction. Nous allons rechercher la probabilité pour que, après ces collisions successives lors de la traversée d'une épaisseur t d'émulsion, la particule possède un déplacement latéral y et une déviation angulaire ϕ dans le plan xOy . y et ϕ étant des variables aléatoires liées.

Le changement de direction spatiale θ que subit une particule en traversant une épaisseur t d'émulsion est une variable aléatoire. La distribution de θ est fonction de la nature de la particule, de sa vitesse et aussi de la composition de l'émulsion. La moyenne quadratique $\langle \theta^2 \rangle$ croît proportionnellement avec t . Rossi (10) introduit le paramètre θ_s mesurant la diffusion et il le définit par :

$$\theta_s^2 = \frac{d\langle \theta^2 \rangle}{dt}$$

La moyenne des carrés des angles ϕ projetés est reliée à θ_s^2 par la relation :

$$\frac{d \langle \phi^2 \rangle}{dt} \approx 1/2 \theta_s^2$$

et en supposant θ_s constant : $\langle \phi^2 \rangle = \theta_s^2 t/2$

ce qui traduit que la moyenne des angles projetés varie comme la racine carrée de l'épaisseur traversée.

Rossi montre, d'une part, que, pour de petits angles, θ_s est lié à la longueur de radiation X_0 de la particule par la relation:

$$\theta_s^2 = \left(\frac{E_s}{p\beta c} \right)^2 \frac{1}{X_0}$$

où E_s est une constante ayant les dimensions d'une énergie: $E_s = 21 \text{ MeV}$ et $X_0 = 2,97 \cdot 10^4 \mu$; d'autre part, Rossi montre que l'angle de diffusion α est lié à $\langle \phi^2 \rangle$ par la relation: $\langle \alpha^2 \rangle = 2/3 \langle \phi^2 \rangle$ et, par suite, que:

$$\overline{\alpha} = \frac{K (t/100)^{1/2}}{p\beta c} \quad \text{avec} \quad \langle \alpha^2 \rangle = \pi/2 \overline{\alpha}^2$$

K et $p\beta c$ étant exprimés en MeV et $t/100$ en unités de 100μ .

En supposant la perte d'énergie dans l'émulsion négligeable, l'angle ϕ petit, le déplacement y et l'angle ϕ comme étant le résultat de nombreuses diffusions, Fermi a déterminé la probabilité $F(t, y, \phi) dy d\phi$ pour que, à la distance t et au point y_1, ϕ_1 , la trajectoire soit située dans l'intervalle $dy d\phi$. Le changement de direction et le déplacement y ne sont pas nécessairement dus à une seule collision. Soit $\rho(\omega, dt) d\omega$ la probabilité pour que la particule après un parcours dt soit déviée d'un angle compris entre ω et $\omega + d\omega$; on a $\rho(\omega, dt) = \rho(-\omega, dt)$, et par suite

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \omega \rho(\omega, dt) d\omega = 0 \quad (2)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \rho d\omega = 1$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \omega^2 \rho(\omega, dt) d\omega = \langle \phi^2 \rangle_{dt} = \theta_s^2 / dt \quad \text{d'après l'équation (1).}$$

La densité de probabilité $F(y)$ du déplacement y varie avec t ;

$$F(t+dt, y, \phi) = F(t, y - \phi dt, \phi) = F(t, y, \phi) - \partial F / \partial y \phi dt \quad (3), \text{ puisque pour un déplacement } dt, y \text{ varie de } \phi dt.$$

De même, la densité de probabilité angulaire $F(\phi)$ varie avec t :

$$F(t+dt, y, \phi) = \int_{-\infty}^{+\infty} F(t, y, \phi - \omega) \rho(\omega, dt) d\omega \quad (4);$$

en supposant que ρ devienne très petit pour de grandes valeurs de ω ,

on peut développer $F(t, y, \phi - \omega)$ jusqu'au second ordre:

$$F(t, y, \phi - \omega) = F(t, y, \phi) - \omega \partial F / \partial \phi + 1/2 \partial^2 F / \partial \phi^2 \omega^2. \quad (5)$$

Par suite, les équations (4) et (5) permettent d'écrire:

$$F(t+dt, y, \phi) = \int_{-\infty}^{+\infty} \{ F(t, y, \phi) - \omega \partial F / \partial \phi + 1/2 \partial^2 F / \partial \phi^2 \omega^2 \} \rho(\omega, dt) d\omega$$

En tenant compte des équations (2), on a

$$F(t+dt, y, \phi) = F(t, y, \phi) + 1/4 \partial^2 F / \partial \phi^2 \theta_s^2 dt \quad (6).$$

Ce qui permet de déterminer la variation totale de la densité de probabilité, en y et ϕ , dans l'intervalle dt ; soit, d'après les équations (3) et

(6) : $(- \phi \partial F / \partial y dt + 1/4 \partial^2 F / \partial \phi^2 \theta_s^2 dt)$

$$(6) : (- \phi \partial F / \partial y dt + 1/4 \partial^2 F / \partial \phi^2 \theta_s^2 dt)$$

$$\text{d'où } \partial F / \partial t = - \phi \partial F / \partial y + 1/4 \partial^2 F / \partial \phi^2 \theta_s^2 \quad (7).$$

Fermi a trouvé que la solution de l'équation (7) est :

$$F(t, y, \phi) = \frac{2 (3^{1/2})}{\pi} \frac{1}{\theta_s^2 t^2} \exp \left\{ - \frac{4}{\theta_s^2} \left(\frac{\phi^2}{t} - \frac{3y\phi}{t^2} + \frac{3y^2}{t^3} \right) \right\} \quad (8)$$

III.3.2 Echantillonnage des points (y_1, ϕ_1) de la trace.

Pour échantillonner (11) un point (y_1, ϕ_1) obéissant à la loi de probabilité de densité $F(t, y, \phi)$, on peut tirer deux nombres équiprobables entre 0 et 1, - soient R_1 et R'_1 ces nombres - , et résoudre :

$$R_1 = \int_{-\infty}^{y_1} F(y, t) dy \quad (9)$$

et $R'_1 = \int_{-\infty}^{\phi_1} F(\phi/y_1) d\phi \quad (9')$

où $F(\phi/y_1)$ représente la densité de probabilité conditionnelle de ϕ lorsqu'on donne à y la valeur y_1 .

3.2.1 détermination de y_1

Afin de déterminer y_1 , calculons $F(t, y)$ qui représente la densité de probabilité des variables , indépendamment de ϕ . Pour ceci, intégrons sur ϕ .

$$F(t, y) = \frac{2 (3^{1/2})}{\pi} \frac{1}{\theta_s^2 t^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp \left\{ - \frac{4}{\theta_s^2} \left(\frac{\phi^2}{t} - \frac{3y\phi}{t^2} + \frac{3y^2}{t^3} \right) \right\} d\phi$$

ce qui peut s'écrire, après avoir développé l'exponentielle suivant un carré :

$$F(t, y) = \frac{2 (3^{1/2})}{\pi} \frac{1}{\theta_s^2 t^2} \exp \left(- \frac{3y^2}{\theta_s^2 t^3} \right) \int_{-\infty}^{+\infty} \exp \left\{ - \frac{4}{\theta_s^2} \left(\frac{\phi}{\sqrt{t}} - \frac{3y}{2t^{3/2}} \right)^2 \right\} d\phi$$

et en posant $\frac{2}{\theta_s} \left(\frac{\phi}{\sqrt{t}} - \frac{3y}{2t^{3/2}} \right) = \frac{v}{2}$

d'où $d\phi = \frac{\theta_s t^{1/2}}{2^{3/2}} dv$.

$F(t, y)$ s'écrit :

$$F(t, y) = \frac{2(3^{1/2})}{\pi} \frac{1}{\theta_s^2 t^2} \exp \left(- \frac{3y^2}{\theta_s^2 t^3} \right) \frac{\theta_s t^{1/2}}{2^{3/2}} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp \left(- \frac{v^2}{2} \right) dv$$

$$F(t,y) = \frac{3^{1/2}}{\pi^{1/2}} \frac{1}{\theta_s t^{3/2}} \exp \left(- \frac{3y^2}{\theta_s^2 t^3} \right) \cdot (\sqrt{2\pi})$$

La densité de probabilité dans l'espace, indépendamment de l'angle ϕ est donc :

$$F(t,y) = \frac{3^{1/2}}{\pi^{1/2}} \frac{1}{\theta_s t^{3/2}} \exp \left(- \frac{3y^2}{\theta_s^2 t^3} \right) \quad (10)$$

On vérifie bien que $\int_{-\infty}^{+\infty} F(t,y) dy = 1$. Le fait que $F(t,y)$ soit une loi normale réduite, est une conséquence des simplifications introduites en développant $F(t,y,\phi)$ jusqu'au 2^e degré.

Il suffit alors de déterminer y_1 à partir des équations (9) et (10)

$$R_1 = \int_{-\infty}^{y_1} \frac{3^{1/2}}{\pi^{1/2}} \frac{1}{\theta_s t^{3/2}} \exp \left(- \frac{3y^2}{\theta_s^2 t^3} \right) dy$$

et en faisant le changement de variable $\frac{u^2}{2} = \frac{3y^2}{\theta_s^2 t^3}$, on obtient:

$$R_1 = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{u_1} \exp \left(- \frac{u^2}{2} \right) du, \text{ avec } y_1 = \frac{u_1 \theta_s t^{3/2}}{6^{1/2}} \quad (11),$$

R_1 étant un nombre équiprobable qui permet de déterminer u_1 et, par suite, y_1 .

3.2.2. détermination de ϕ_1

Afin de déterminer ϕ_1 , variable aléatoire, non indépendante de y_1 , il faut résoudre l'équation (9'), et, par conséquent, calculer la densité conditionnelle de ϕ lorsqu'on fixe y . Nous savons que :

$$F(t, \phi/y) = \frac{F(\phi, t, y)}{\int_{-\infty}^{+\infty} F(t, y, \phi) d\phi} = \frac{F(\phi, t, y)}{F(t, y)}$$

On obtient en tenant compte de l'équation(10)

$$F(t, \phi/y) = \frac{2}{\pi^{1/2} \theta_s t^{1/2}} \exp \left\{ -\frac{4}{\theta_s^2} \left(\frac{\phi^2}{t} - \frac{3y\phi}{t^2} \right) - \frac{9y^2}{\theta_s^2 t^3} \right\}$$

et en résolvant l'équation (9'), on peut déterminer R'_i :

$$R'_i = \frac{2}{\pi^{1/2} \theta_s t^{1/2}} \exp \left(-\frac{9y^2}{\theta_s^2 t^3} \right) \int_{-\infty}^{\phi_i} \exp \left\{ -\frac{4}{\theta_s^2} \left(\frac{\phi^2}{t} - \frac{3y\phi}{t^2} \right) \right\} d\phi$$

qui s'écrit:

$$R'_i = \frac{2}{\pi^{1/2} \theta_s t^{1/2}} \int_{-\infty}^{\phi_i} \exp \left\{ -\frac{4}{\theta_s^2} \left(\frac{\phi}{t^{1/2}} - \frac{3y}{2t^{3/2}} \right)^2 \right\} d\phi$$

$$\text{Si on pose: } \frac{2}{\theta_s} \left(\frac{\phi}{t^{1/2}} - \frac{3y}{2t^{3/2}} \right)^2 = \frac{v^2}{2},$$

$$\text{on obtient : } R'_i = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{v_i} \exp \left(-\frac{v^2}{2} \right) dv$$

$$\text{avec : } \phi_i = \left(\frac{\theta_s v_i}{2^{3/2}} \right) - \frac{3y_i}{2 t^{3/2}} \quad (12)$$

R'_i étant un nombre équiprobable qui permet de déterminer v_i et par suite ϕ_i .

Ainsi, à partir d'un nombre équiprobable R_i et R'_i , on pourra déduire u_i et v_i , et par suite, y_i et ϕ_i .

Nous avons utilisé une table de nombres choisis au hasard (12) ; cette table donne une correspondance entre les nombres R à 5 chiffres et la valeur de $x.R$ et x étant solutions des équations :

$$(R + 0,5) 10^{-5} = F(x)$$

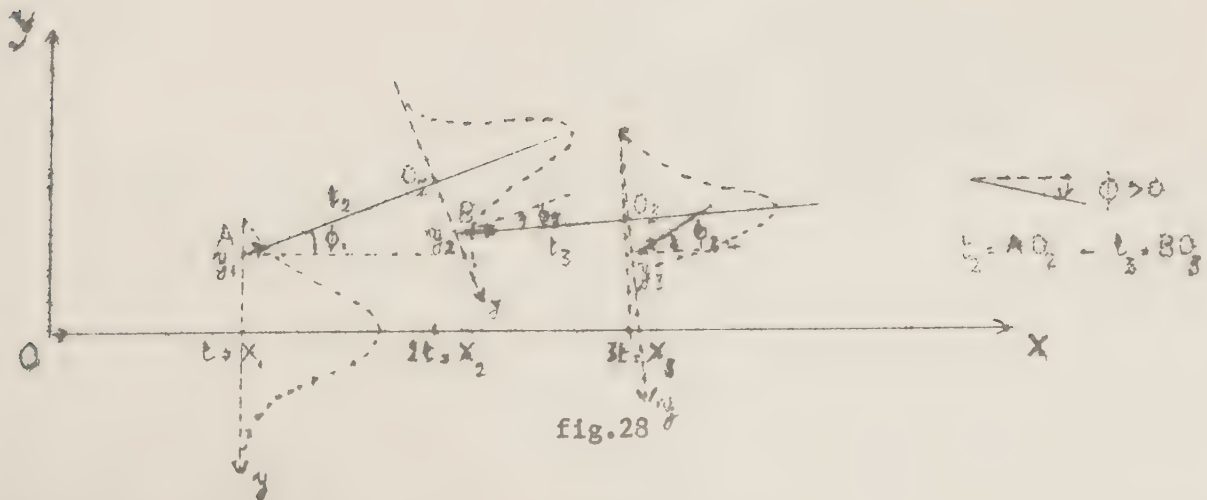
$$F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt$$

Nous avons donc utilisé d'une manière systématique deux séries de nombres tirées au hasard dans la table. Nous avons fait correspondre à la première série la borne u_i de l'équation (11) et à la seconde série la borne v_i de l'équation (12). u_i et v_i sont respectivement liés à y_i et à ϕ_i .

III.3.3 Représentation purement théorique d'une trace soumise à la diffusion multiple seule.

La connaissance d'une série de valeurs (y_i, ϕ_i) permet donc de déterminer la position de la particule fictive qui n'obéirait qu'aux lois de la diffusion multiple.

Pour fixer les idées, représentons sur un schéma (fig.28) la position de la particule pour quelques cellules.



Partant d'un point pris pour origine $Y=0, X=0$, la particule, au bout d'une cellule t , est en A, point qui correspond à l'abscisse y_1 du couple (y_1, ϕ_1) . La courbe en pointillé, centrée sur la direction initiale OX de la particule, correspond à la densité de probabilité $F(t, y)$. De A, elle repart avec la direction ϕ_1 ; la courbe $F(t, y)$, densité de probabilité pour la cellule $2t$, est alors centrée sur la direction ϕ_1 et la particule arrive au point B d'abscisse y_2 ; elle repart dans la direction ϕ_2 par rapport à ϕ_1 etc...

Nous pouvons déterminer les abscisses des points A et B... par rapport au système d'axes fixes OX et OY.

$$\begin{aligned} \text{point A} \quad X_1 &= t \\ Y_1 &= -y_1 \\ \text{point B} \quad X_2 &= 2t - y_2 \sin \phi_1 \\ Y_2 &= -(-Y_1 + t_2 \sin \phi_1 + y_2 \cos \phi_1) \\ &\text{avec } t_2 = AO_2 = t / \cos \phi_1 \end{aligned}$$

ϕ étant compté positivement dans le sens des aiguilles d'une montre.

$$\begin{aligned} \text{point C} \quad X_3 &= 3t - y_3 \sin(\phi_1 + \phi_2) \\ Y_3 &= -\{-Y_2 + t_3 \sin(\phi_1 + \phi_2) + y_3 \cos(\phi_1 + \phi_2)\} \\ &\text{avec } t_3 = \frac{t + y_2 \sin \phi_1}{\cos(\phi_1 + \phi_2)} \end{aligned}$$

y_i et ϕ_i sont calculés à partir des équations (11) et (12) en fonction de

$$u_i, v_i \text{ et } \theta_s, \text{ avec } \theta_s^2 = \left(\frac{E_s}{p\beta c} \right)^2 \frac{1}{X_0} \quad \text{et } E_s = 21 \text{ MeV}, X_0 = 2,9710^4 \mu$$

Dans le but de simplifier les expressions X_i et Y_i , évaluons l'ordre de grandeur de y_i et ϕ_i . Pour ceci, fixons le pbc des particules théoriques. Nous avons choisi les valeurs de pbc égales à 65, 100 et 135 MeV, qui correspondent à l'ordre de grandeur des pbc des pions émis dans les annihilations $\bar{p}p$.

pbc MeV	θ s cm ⁻²	y_i (t=10 μ)	ϕ_i (t=10 μ)
65	9,03 10 ⁻⁴	116,6 u _i 10 ⁻⁴	(10,1 v _i + 17,5 u _i) 10 ⁻⁴
100	12 10 ⁻⁴	154,9 u _i 10 ⁻⁴	(13,4 v _i + 23,2 u _i) 10 ⁻⁴
135	13,7 10 ⁻⁴	241,4 u _i 10 ⁻⁴	(20,91v _i + 36,21u _i) 10 ⁻⁴

u_i et v_i étant, d'après les tables, inférieurs à 4. On peut, d'après les équations permettant de calculer y_i et ϕ_i , considérer y et ϕ petits, et le produit $y\phi$ négligeable devant les autres termes. Il s'ensuit que:

$$X_1 = t \quad ; \quad X_2 = 2t \quad ; \quad X_3 = 3t \quad ; \quad t = t_2 = t_3 \quad .$$

On obtient alors:

$$Y_t = -y_1$$

$$Y_{2t} = -(-Y_1 + t\phi_1 + y_2)$$

$$Y_{3t} = -\{-Y_2 + t(\phi_1 + \phi_2) = y_3\}$$

.....

D'une façon générale, les coordonnées des points de la trace purement théorique sont:

$$X_n = nt$$

$$Y_n = -\{-Y_{n-1} + t(\phi_1 + \dots + \phi_{n-1}) + y_n\}$$

Notre but est de comparer les courbes obtenues à partir des points expérimentaux après élimination de la déformation avec la trace théorique. Pour les traces expérimentales, la déformation étant éliminée, l'ordonnée de chacun des points est le résultat du phénomène de diffusion multiple et du bruit de fond. C'est pourquoi il nous faut superposer à Y_n le terme dû au bruit de fond.

III.3.4 Simulation de trace avec bruit de fond.

Le bruit de fond peut être considéré comme une variable aléatoire centrée ayant une distribution gaussienne. L'expérience a montré que, pour un expérimentateur, le bruit de fond ϵ sur la seconde différence est de l'ordre de trois divisions ($1 \text{ div} = 4 \cdot 10^{-3} \mu$)

$$\langle \epsilon \rangle = 30 \text{ div.} \approx 0,12 \mu$$

Nous avons vu précédemment (I.2.1) qu'il existait entre le bruit de fond δ sur la lecture y_i et le bruit de fond ϵ sur la seconde différence, la relation:

$$\langle |\delta| \rangle^2 = \frac{\langle |\epsilon| \rangle^2}{6}$$

numériquement ;

$$\langle |\delta| \rangle = \frac{\langle |\epsilon| \rangle}{\sqrt{6}} = 12,25 \text{ div.} = 0,05 \mu .$$

Afin de définir totalement $f(\delta)$, il faut déterminer l'écart-type σ puisque δ a une distribution normale:

$$f(\delta) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp \left(- \frac{\delta^2}{2\sigma^2} \right)$$

Or l'écart-type est lié à la variance de δ , et en tenant compte du fait que δ est une variable centrée, on a :

$$\sigma^2 = \sum \delta_i^2 p_i = \langle \delta^2 \rangle$$

or

$$\langle |\delta| \rangle = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} \delta \exp\left(-\frac{\delta^2}{2\sigma^2}\right) d\delta = \sigma \sqrt{2/\pi}$$

$$\langle |\delta| \rangle^2 = \sigma^2 (2/\pi)$$

$$\sigma = \sqrt{\pi/2} \langle |\delta| \rangle = \sqrt{\pi/2} \cdot 0,05$$

La fonction de répartition $F(\delta)$ est totalement définie; elle s'écrit

donc :

$$F(\delta) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\delta} \exp\left(-\frac{\delta^2}{2\sigma^2}\right) d\delta \quad \text{avec } \sigma = 0,05\sqrt{\pi/2}$$

Elle peut être normalisée en posant $w = \delta/\sigma$. D'où:

$$F(w) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^w \exp(-w^2/2) dw \quad \text{avec } \delta = \sigma w$$

La table des nombres au hasard permet de déterminer une série de valeurs w_i , et par suite δ_i .

Ainsi, à chaque point de la trace, on pourra associer le groupe

(y_i, ϕ_i, w_i) et déterminer les coordonnées de ces points :

$$X_n = nt$$

$$Y_n = -\{-Y_{n-1} + t(\phi_1 + \dots + \phi_{n-1}) + y_n + \delta_n - \delta_{n-1}\}$$

III.3.5 Analyse des courbes théoriques.

Nous avons simulé deux traces horizontales longues de 7 mm. sans bruit de fond et avec bruit de fond; pour ceci nous avons donc pris deux séries de 700 valeurs de (ϕ_i, y_i) et de (ϕ_i, y_i, δ_i) avec un pas ou "cellule" de 10μ; nous avons choisi successivement des pβc de 65, 100, 135 MeV.

Les calculs de X_n et Y_n ont été faits sur IBM 1620.

3.5.1 Simulation des deux traces sans bruit de fond.

Dans le but de vérifier si les traces correspondaient aux pβc de

65,100 et 135 MeV, nous avons calculé les différences secondes Δ_t , Δ_{2t} et Δ_{4t} et présenté les résultats dans le tableau ci-dessous.

	Trace n°1			Trace n°2		
	t	2t	4t	t	2t	4t
Δ_{div}	4,2	11,6	33,7	4,3	11,8	34,1
$p\beta c_{MeV}$	104	106	104	101	104	102
.....						
Δ_{div}	6,5	18,2	51,9	6,6	18,4	51,8
$p\beta c_{MeV}$	67	68	67	66	67	67
.....						
Δ_{div}	3,1	8,6	24,5	3,2	8,8	25,0
$p\beta c_{MeV}$	141	144	142	136	140	140

3.5.2 Simulation des deux traces avec bruit de fond.

Les valeurs de $p\beta c$ ont été obtenues en éliminant le bruit de fond entre les cellules t, 2t, et 2t, 4t .

Trace n° 1					
	t	2t	4t	$\epsilon_{t,2t div}$	$\epsilon_{2t,4t div}$
Δ_{div} $p\beta c_{MeV}$	29,6 104	31,6 111	43,2	29,2	29,5
.....					
Δ_{div} $p\beta c_{MeV}$	29,3 66	34,6 69	53,5	29,1	29,7
.....					
Δ_{div} $p\beta c_{MeV}$	29,4 138	30,6 157	37	29,2	29,2

Trace n° 2					
	t	2t	4t	$\epsilon_{t,2t \text{ div}}$	$\epsilon_{2t,4t \text{ div}}$
Δ_{div}	31,2	32,4	44,6	31,1	30,2
$p\beta c_{\text{MeV}}$	136	106			
Δ_{div}	31,1	34,8	59,3	29,1	29,7
$p\beta c_{\text{MeV}}$	73	67			
Δ_{div}	31,2	31,8		31,2	30,6
$p\beta c_{\text{MeV}}$	197	144			

Les résultats obtenus correspondent bien à ce que nous attendions.

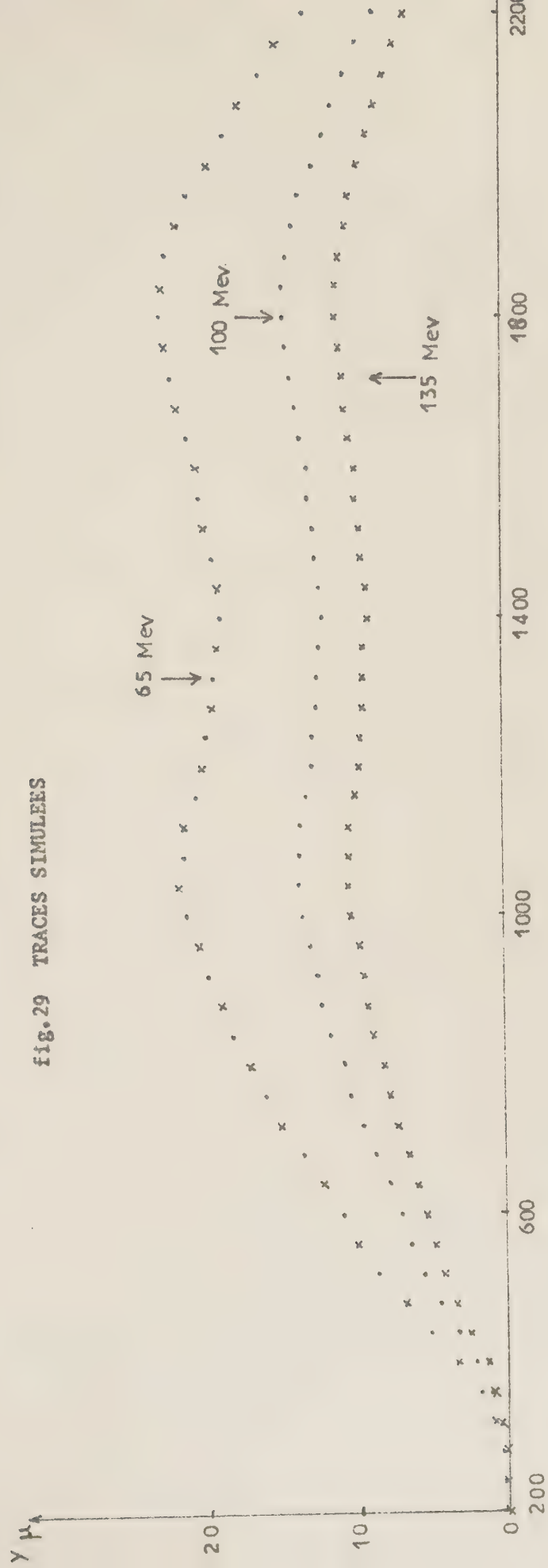
- Le bruit de fond est du même ordre de grandeur que celui que nous avons introduit (30 div.).

- Nous remarquons toutefois que les valeurs de Δ_t et Δ_{2t} sont de l'ordre de grandeur du bruit de fond et la différence $\Delta_{2t}^2 - \Delta_t^2$ est très faible, par suite, les valeurs de $p\beta c$ calculées avec Δ_t , Δ_{2t} s'écartent plus de la valeur réelle, que celles calculées avec Δ_{2t} et Δ_{4t} .

3.5.3 Représentation graphique.

Nous avons représenté graphiquement ces traces et nous présentons une section de 1300 μ de la première trace (fig.29) pour les trois énergies après un "parcours" de 200 μ . En effet, sur les 200 premiers microns les traces correspondant à ces trois énergies sont presque confondues, et peu à peu le phénomène s'amplifie.

fig. 29 TRACES SIMULEES



Ces courbes nous montrent bien que la trace correspondant à un p β c de 65 MeV est plus "ondulée" que les autres; de plus, il existe une courbure non négligeable pour des sections de 300 μ , qu'il ne faut pas confondre systématiquement avec la déformation (fig.30,31,32). Nous avons choisi 300 μ car cette longueur correspond approximativement à celle que parcourt l'antiproton $\bar{p}_1 t_1$ dans chacune des plaques.

III.4 Conclusion

Reprenons l'étude de la trace $\bar{p}_1 t_1$ que nous avons présentée précédemment et dont le p c calculé par la méthode de Barkas est de 77 ± 32 MeV. Rappelons que l'inclinaison de cette trace est de 62° .

- plaques: 57, 59, 60 Après élimination de la déformation, toutes les courbes, quelque soit le degré du polynôme envisagé, sont identiques. Les points expérimentaux donnent, pour ces trois plaques, des courbes présentant une faible courbure: la flèche est de 2 μ au maximum.

Si nous comparons ces courbes à des sections de traces théoriques de 300 μ , nous voyons qu'une telle courbure est très vraisemblable; c'est pourquoi nous prendrons pour ces trois plaques les pointés initiaux pour déterminer la diffusion multiple. Ces plaques peuvent donc être considérées comme non déformées dans la région que traverse la particule, et nous pouvons prendre comme référence les trois courbes correspondantes (fig.14, 16, 22), pour étudier les plaques qui présentent une déformation.

- plaque 55 La déformation est grande; après avoir ajusté la courbe, grâce à un polynôme du 4^e degré, on obtient une amplitude comparable (fig.27) à celle des plaques 57, 59, 60. Avec le polynôme de degré 3, l'am-

fig.30 TRACES SIMULEES -- SECTION DE 300 μ

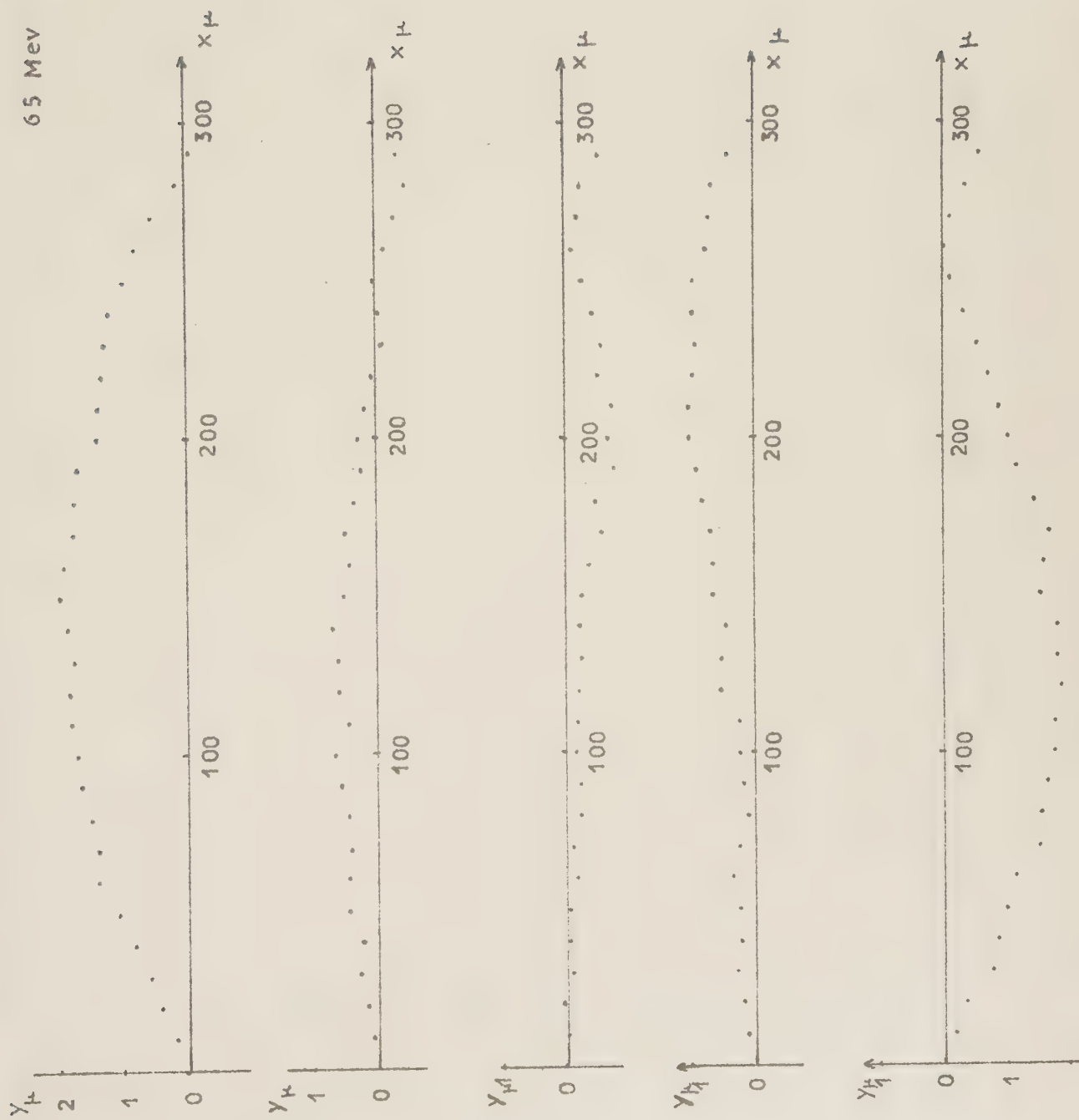


fig.31 TRACES SIMULEES - SECTION DE 300 μ



fig.32 TRACES SIMULEES - SECTION DE 300 μ

135 Mev



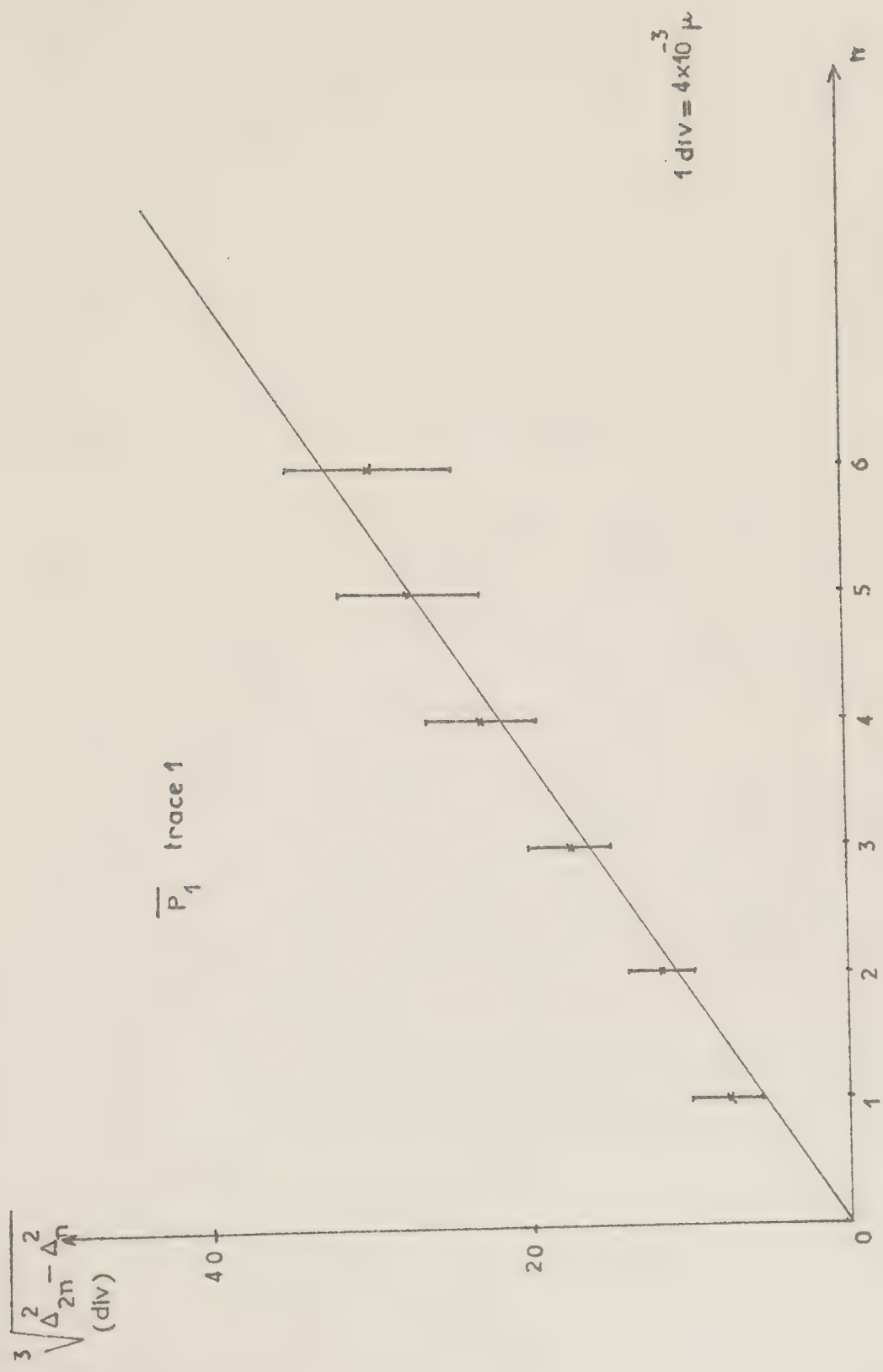


fig. 33

plitude est encore grande, et, au delà du 4^e degré, l'amplitude reste constante: la déformation est éliminée; toutefois un ajustement plus précis, par exemple au 5^e degré, absorbe une partie de la diffusion multiple; c'est pourquoi il convient de se limiter au 4^e degré.

- plaques 56 et 58 . Ces deux plaques ont été rejetées; en effet, pour la plaque 58, l'amplitude reste grande quelque soit le degré considéré (fig. 19 et 20), et pour la plaque 56, l'amplitude devient brutalement trop petite (fig. 24). Aucune conclusion ne nous paraît nette, il est donc préférable de ne pas utiliser ces plaques pour ces traces.

La déformation ayant pu être ainsi éliminée, dans certaines plaques, nous pouvons calculer la moyenne Δ_1 des différences secondes à partir des valeurs corrigées. Dans le tableau I ci-dessous, nous avons noté les valeurs de Δ_1 : Δ_1 cellule de base, Δ_2 cellule double... jusqu'à Δ_{12} , et nous avons calculé le p δ c correspondant (tableau II).

Rappelons que la cellule de base est ici de 5μ . Les valeurs de p δ c inscrites dans ce tableau ont été obtenues en éliminant le bruit de fond successivement entre $\Delta_1 - \Delta_2$, $\Delta_2 - \Delta_4$, $\Delta_3 - \Delta_6$, $\Delta_4 - \Delta_8$, $\Delta_5 - \Delta_{10}$, $\Delta_6 - \Delta_{12}$. Dans le cas où le critère $\Delta_{2n} > 2\Delta_n$ n'est pas respecté, le calcul n'est pas effectué.

Ainsi, pour la trace étudiée, la plus petite cellule de base qui nous ait donné des mesures de diffusion multiple exploitables correspond à $\Delta_3 - \Delta_6$, c'est à dire que la cellule de base est de 15μ dans le plan de l'émulsion, soit 30μ le long de la trace. Pour cette cellule, le terme de diffusion coulombienne est de l'ordre de grandeur du bruit de fond. On peut

remarquer que, pour une trace dont le $p\beta c$ est de 75 MeV et l'inclinaison de 60° (ce qui correspond à la trace $\bar{p}_1 t_1$ que nous étudions), le terme de diffusion multiple théorique est de $0,10\mu$. Cette valeur est du même ordre de grandeur que le bruit de grain évalué à $0,13\mu$ lors d'un travail antérieur fait au laboratoire et que nous indiquerons plus longuement à la fin de ce chapitre. (voir annexe p. 45)

	Δ_1	Δ_2	Δ_4	Δ_8	Δ_3	Δ_6	Δ_{12}	Δ_5	Δ_{10}
Δ_i div	33,1	38,5	55,3	122,5	45,2	85,5	182,8	67,8	157,1
nbre de cellules indépendantes	251	122	57	25	79	36	14	44	18

Tableau I

Δ_1 Δ_2	Δ_2 Δ_4	Δ_4 Δ_3	Δ_3 Δ_6	Δ_6 Δ_{12}	Δ_5 Δ_{10}
$\Delta_2 < 2\Delta_1$	$\Delta_4 < 2\Delta_2$	71 ± 11	70 ± 9	83 ± 17	76 ± 16

Tableau II $p\beta c$ en MeV

Les diverses valeurs de $p\beta c$ obtenues sont cohérentes entre elles. L'erreur sur $p\beta c$ est, d'après Perkins, $0,3/\sqrt{n}$, où n est le nombre de cellules doubles indépendantes. (13)

Afin de nous rendre compte s'il existe une cellule optimale au delà

de laquelle les résultats ne sont plus significatifs, nous avons calculé la quantité $(\Delta_{2n}^2 - \Delta_n^2)^{1/3}$, n variant de 1 à 6.

En effet :

$$\Delta_n^2 = K^2(nt)^3 + \epsilon^2$$

$$\Delta_{2n}^2 = 8K^2(nt)^3 + \epsilon^2$$

En éliminant le bruit de fond ϵ entre ces deux équations, on a :

$$(\Delta_{2n}^2 - \Delta_n^2)^{1/3} = 7^{1/2} K^{2/3} nt = An$$

Cette quantité $(\Delta_{2n}^2 - \Delta_n^2)^{1/3}$ est une fonction linéaire de n et le graphe de la fonction doit être une droite dont la pente est liée au terme de diffusion multiple.

Nous avons construit (fig.33) cette courbe pour la trace $\overline{p}_1 t_1$ et nous constatons que tous les points s'alignent sur la droite. Pour cette trace, la longueur de la cellule ne semble pas limitée, et les valeurs calculées de $p\beta c$ pour les longueurs de cellule allant de $3t$ à $12t$, soit de 15μ à 60μ , sont valables.

Nous en concluons donc : $p\beta c = 80 \pm 13$ MeV.

Rappelons que, par la méthode de Barkas, nous avons trouvé pour cette même trace un $p\beta c$ égal à 77 ± 32 MeV. Le résultat que nous obtenons est plus satisfaisant, car l'erreur statistique est plus faible.

CHAPITRE IV

Résultats Expérimentaux

Les diverses traces que nous avons étudiées proviennent d'étoiles produites par annihilation $\bar{p}p$ ou $\bar{n}n$. Parmi ces traces inclinées, certaines ont été testées par la méthode de Barkas; les résultats étant cohérents, nous avons ensuite étudié ces traces par la méthode utilisant l'élimination de la déformation que nous avons exposée dans les chapitres précédents.

Pour chacune des traces, nous avons donc procédé systématiquement plaque par plaque comme suit:

- projection dans le plan de l'émulsion après rotation des axes.
- ajustement par un polynôme du second au cinquième degré.
- élimination de la déformation à partir de ces polynômes, et construction des courbes correspondantes.
- sélection des plaques non déformées donnant une amplitude analogue à celle des traces simulées de même longueur.
- détermination du degré du polynôme pour les autres plaques, en utilisant comme test les plaques non déformées et, après corrections, calcul de la diffusion multiple.

IV.1 Etude de 5 traces dont le p_{bc} a été déterminé par la méthode de Barkas

Ayant ainsi procédé pour cinq traces, nous avons dressé le tableau des différences secondes pour les cellules de 1 à 12 (voir tableau I). Les valeurs de p_{bc} sont inscrites dans le tableau II. Si le critère $\Delta_{2n} > 2\Delta_n$ n'est pas respecté, le calcul n'a pas été effectué.

Nous constatons une augmentation du psc avec la longueur de la cellule; pour limiter la cellule, nous avons construit les courbes (fig.34) $(\Delta_{2n}^2 - \Delta_n^2)^{1/3} = f(n)$; nous constatons que, dans la plupart des cas, les points s'alignent jusqu'à une certaine valeur n_1 de n . Pour $n > n_1$, les points s'écartent de plus en plus de la droite tracée, ce qui prouve qu'au delà de cette limite, la correction effectuée a amputé le terme de diffusion multiple. Dans le cas où la loi $(\Delta_{2n}^2 - \Delta_n^2)^{1/3} = An$ n'est plus suivie, nous avons supprimé les valeurs correspondantes du psc.

Δi div	Δ_1	Δ_2	Δ_4	Δ_8	Δ_3	Δ_6	Δ_{12}	Δ_5	Δ_{10}
$\bar{p}_7 t_1$	34,0	52,8	101,2	246,9	74,4	170,9	398,0	132,8	323,1
$\bar{p}_{12} t_4$	26,7	35,6	49,9	99,1	39,8	76,5	48,3	63,4	119,7
$\bar{p}_4 t_8$	39,5	48,1	60,6	133,0	55,2	92,3	195,1	77,9	169,3
$\bar{p}_{12} t_2$	23,2	39,7	52,5	111,3	45,8	80,8	166,4	62,9	141,0
$\bar{p}_2 t_2$	35,6	49,6	92,7	133,7	67,7	143,1	193,4	118,5	195,6

Tableau I

Dans le tableau II, les valeurs de psc entre parenthèses correspondent à des calculs effectués avec des cellules pour lesquelles $n > n_1$. Les valeurs qui subsistent sont en bon accord avec celles obtenues par la méthode des angles de surface de Barkas, qui fournit un bon test de référence.

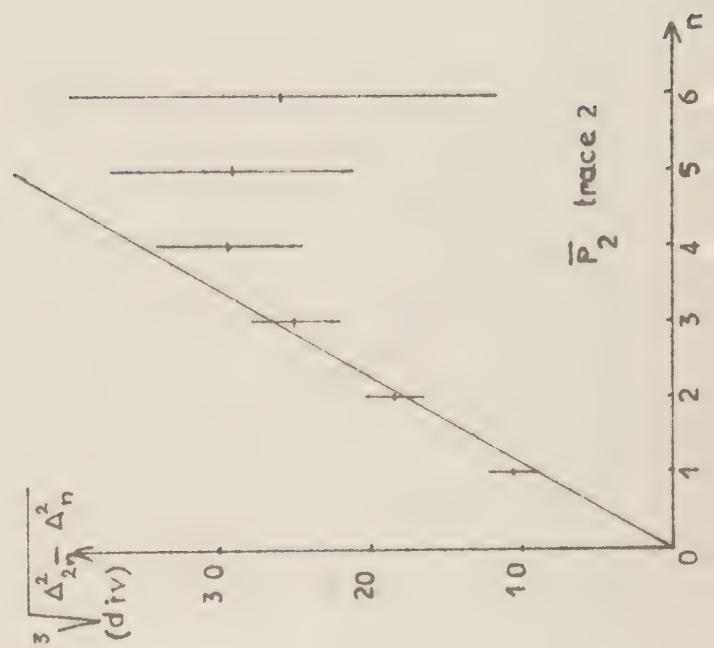
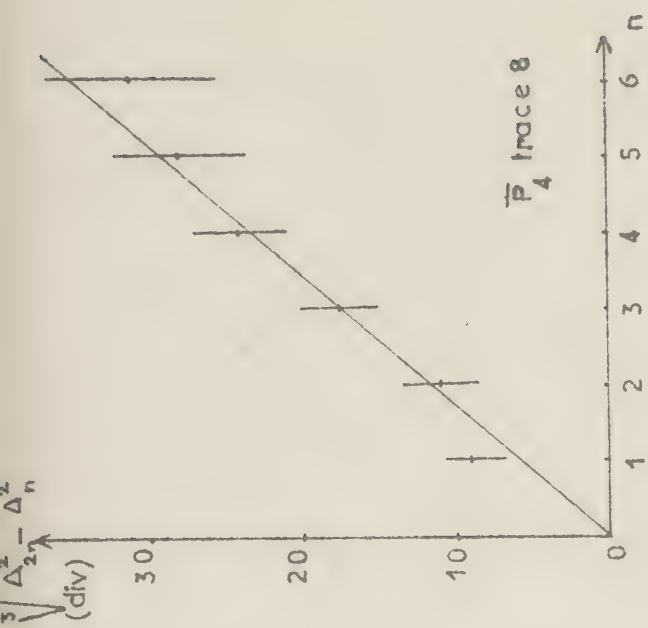
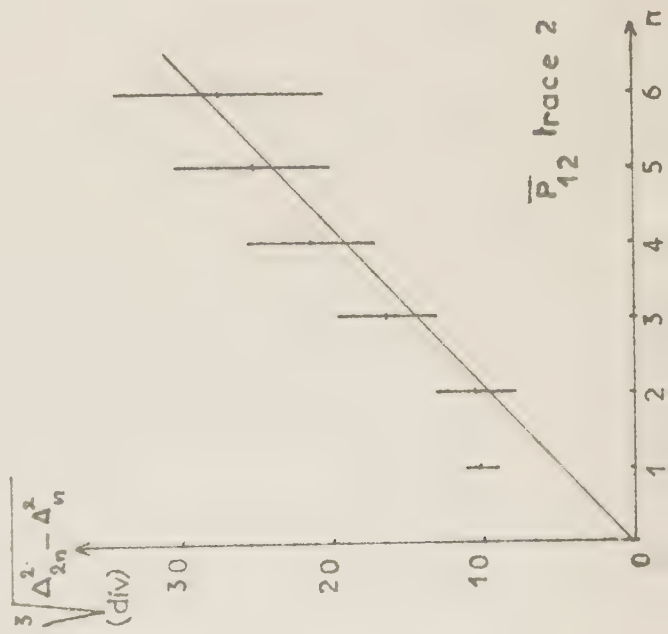
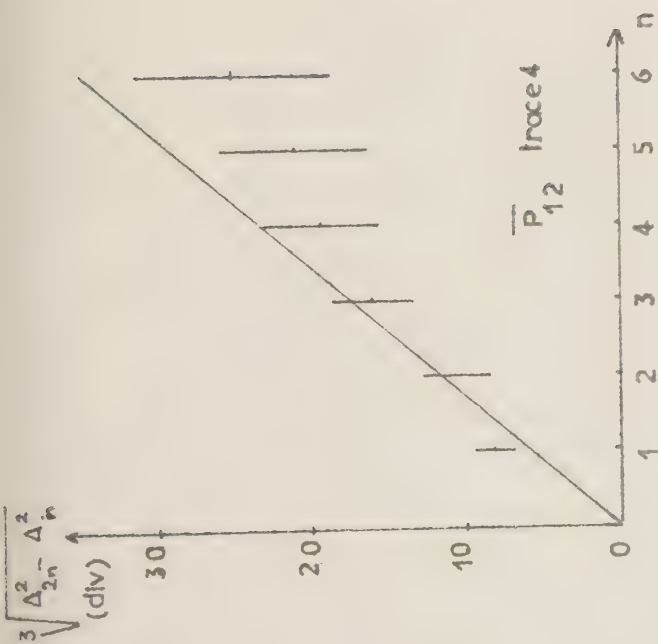


fig. 34



	incli naison θ	p β c MeV Barkas	$\Delta_1 - \Delta_2$	p β c MeV $\Delta_2 - \Delta_1$	p β c MeV $\Delta_4 - \Delta_3$	p β c MeV $\Delta_3 - \Delta_6$	p β c MeV $\Delta_6 - \Delta_{12}$	p β c MeV $\Delta_5 - \Delta_{10}$
$\bar{p}_7 t_1$	29°	44±20	$\Delta_2 < 2\Delta_1$	40±4	43±7	41±6	49±10	46±8
$\bar{p}_{12} t_4$	41°	90±25	$\Delta_2 < 2\Delta_1$	$\Delta_4 < 2\Delta_2$	(110±19)	102±15	(148±39)	(141±29)
$\bar{p}_4 t_8$	42°	100±34	$\Delta_2 < 2\Delta_1$	$\Delta_4 < 2\Delta_2$	90±12	94±11	114±20	99±16
$\bar{p}_{12} t_2$	61°	82±25	$\Delta_2 < 2\Delta_1$	$\Delta_4 < 2\Delta_2$	69±13	66±11	85±22	75±17
$\bar{p}_2 t_2$	71°	65±24	$\Delta_2 < 2\Delta_1$	60±6	(84±13)	69±10	(189±44)	(120±24)

Tableau II

IV.2 Etude de 4 traces à partir de la méthode proposée.

Le tableau III correspond aux différences secondes; le tableau IV, aux valeurs de p β c correspondantes.

	Δ_1 div	Δ_2	Δ_4	Δ_8	Δ_3	Δ_6	Δ_{12}	Δ_5	Δ_{10}
$\bar{p}_3 t_3$	34,6	41,3	52,8	101,6	47,6	73,6	157,2	60,6	125,1
$\bar{n}_{44} t_5$	49,1	50,6	66,7	120,2	60,3	93,1	130,6	31,1	152,8
$\bar{n}_{71} t_9$	48,3	55,7	71,7	125,5	59,1	95,0	175,0	82,5	154,2
$\bar{p}_7 t_7$	40,6	57,1	59,6	113,7	53,1	83,7	203,0	71,0	161,7

Tableau III

	β	p β c $\Delta_1-\Delta_2$	p β c $\Delta_2-\Delta_4$	p β c MeV $\Delta_4-\Delta_8$	p β c MeV $\Delta_3-\Delta_6$	p β c MeV $\Delta_6-\Delta_{12}$	p β c MeV $\Delta_5-\Delta_{10}$
$\bar{p}_3 t_8$	39°	$\Delta_2 < 2\Delta_1$	$\Delta_4 < 2\Delta_2$	120 $\pm$ 17	121 $\pm$ 14	137 $\pm$ 23	133 $\pm$ 20
$\bar{n}_{44} t_5$	43°	-	-	95 $\pm$ 12	37 $\pm$ 10	113 $\pm$ 18	103 $\pm$ 16
$\bar{n}_{71} t_9$	45°	-	-	107 $\pm$ 19	96 $\pm$ 11	(137 $\pm$ 24)	(118 $\pm$ 18)
$\bar{p}_7 t_7$	59°	-	-	64 $\pm$ 11	71 $\pm$ 12	65 $\pm$ 17	63 $\pm$ 14

Tableau IV

Les courbes $(\Delta_{2n}^2 - \Delta_n^2)^{1/3}$ nous ont permis d'éliminer les valeurs entre parenthèses (fig.35). Les valeurs de p β c que nous avons retenues sont cohérentes entre elles.

Nous avons remarqué, que si des traces différentes traversent les mêmes plaques, les conclusions auxquelles nous sommes arrivés sont identiques pour une même plaque: ainsi, la plaque 58 a toujours été rejetée; par contre, d'autres plaques semblent sans aucune déformation.

La méthode que nous proposons a donc l'avantage de considérer chaque plaque comme un cas particulier, et permet donc de tirer au maximum profit des pointés.

Nous avons essayé d'étudier des traces encore plus inclinées par cette méthode: les résultats obtenus pour la trace notée $\bar{p}_2 t_2$ dont l'inclinaison β est de 70° sont cohérents; par contre, au delà de cette inclinaison, nous avons tenté d'étudier une trace dont l'inclinaison était de 78°: les

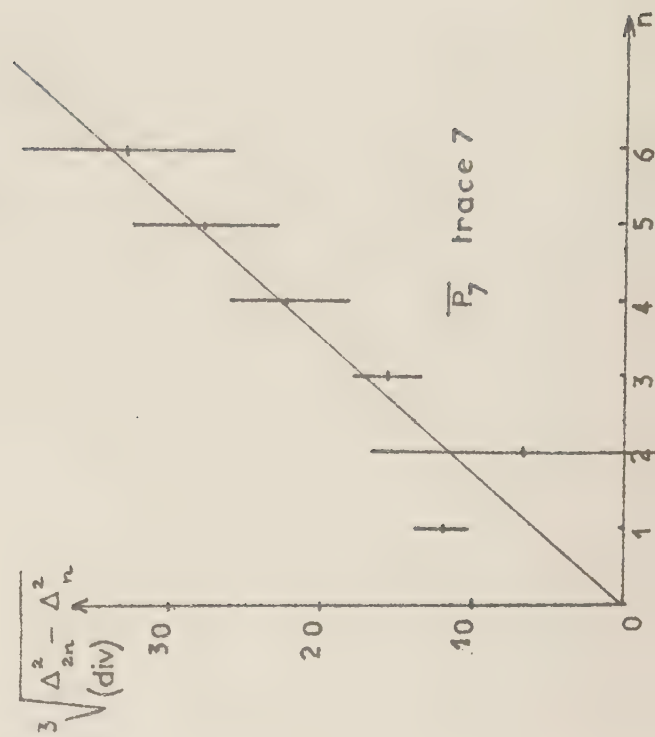
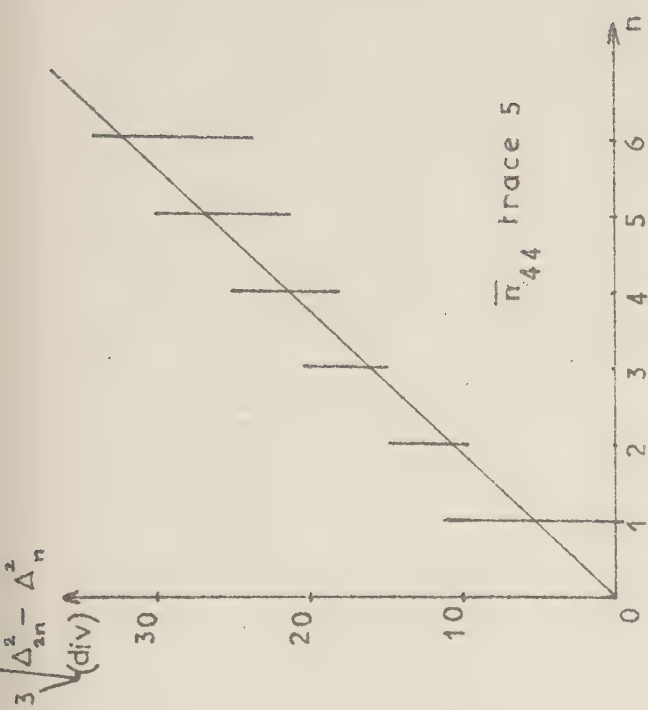
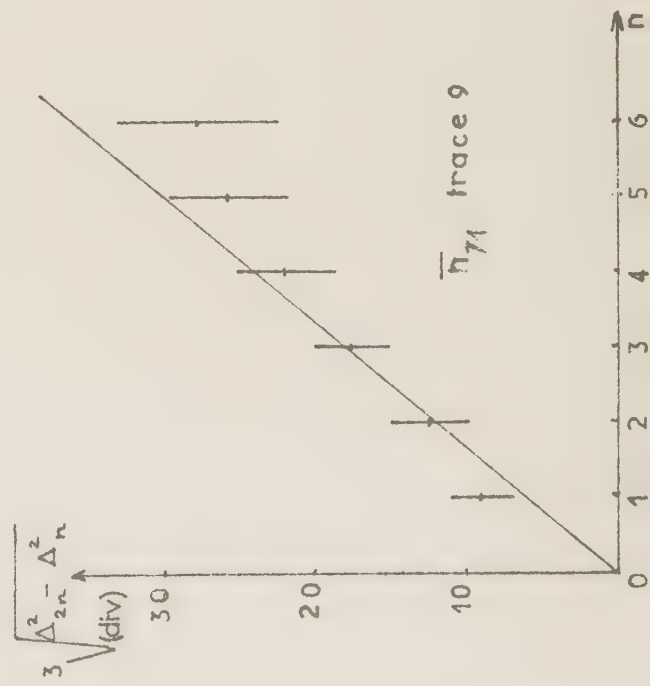
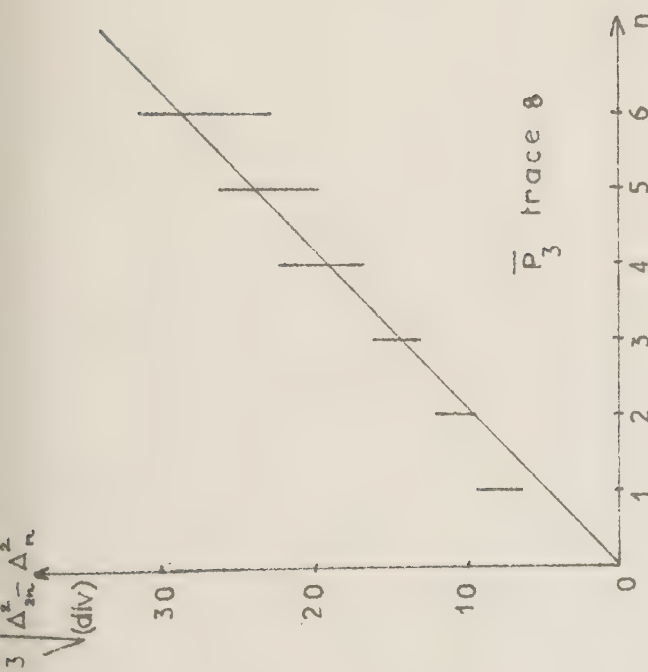


fig.35



résultats obtenus n'étaient plus satisfaisants. Nous pouvons expliquer ce fait en remarquant que, lorsque la pente est très élevée, les sections de trace sont très courtes, que le nombre de pointés diminue rapidement, et que les erreurs deviennent très grandes. En effet, le parcours par plaque n'est que de 120μ pour une inclinaison de 78° , alors qu'il est encore de 200μ pour une inclinaison de 70° .

ANNEXE

Les grains développés qui constituent une trace sont distribués au hasard de part et d'autre de la trajectoire. Cette trajectoire se compose de sections rectilignes à l'intérieur desquelles une direction moyenne peut être définie.

Il est possible de déterminer la distribution des grains par rapport à la droite moyenne. Pour ceci, nous avons choisi des protons de 27 GeV, pour lesquels le terme de diffusion multiple est faible, et nous avons pointé, sur ces sections de traces, tous les centres des grains qui constituent la trajectoire. Nous avons ainsi fait 2300 pointés.

Nous avons obtenu une distribution qui peut être assimilée à une gaussienne (fig.36), dont l'écart-type est $\sigma = 0,08\mu$.

Compte tenu de cette distribution, nous avons déterminé la valeur moyenne des différences secondes des positions des grains; cette valeur moyenne correspond uniquement au bruit de fond de nature aléatoire, puisque le terme de diffusion multiple est négligeable.

Pour déterminer ce bruit de fond, nous avons pris 70 nombres N au hasard, répartis uniformément entre 0 et 1. À partir de l'expression:

$$N = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{Y_1} \exp(-Y^2/2) dY$$

qui représente une distribution normale réduite, nous avons déterminé les nombres Y_1 correspondant à chaque valeur de N .

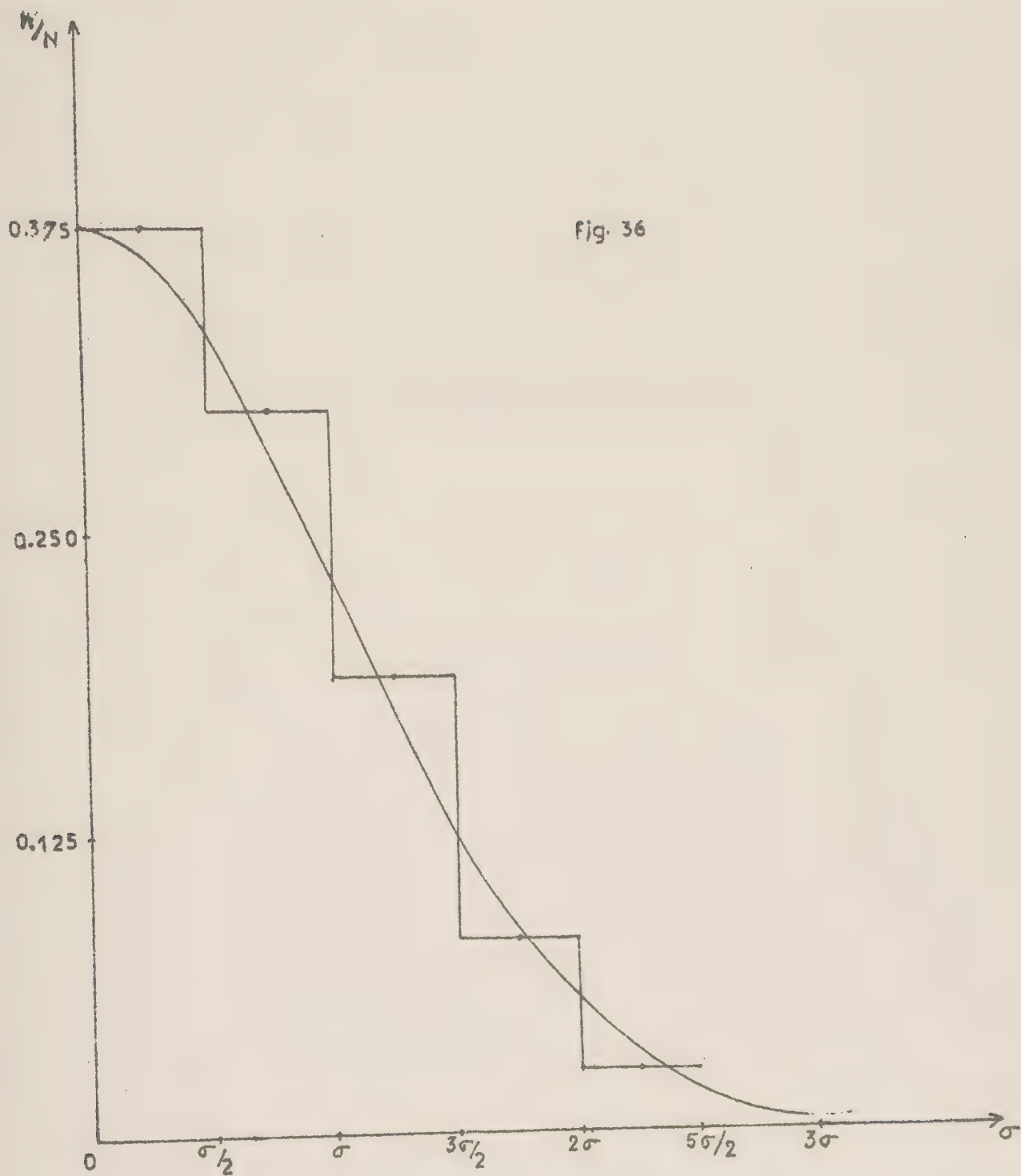


fig. 36

En tenant compte de l'écart-type σ nous avons déduit une série de valeurs y_i telles que $y_i = \sigma Y_i$; à partir de ces valeurs , nous avons calculé la moyenne arithmétique des différences secondes des y_i .

Nous avons trouvé comme valeur de cette moyenne qui correspond au bruit de fond : $\epsilon = 0,13 \pm 0,01\mu$.

Pour que les mesures soient valables , rappelons que le terme relatif au bruit de fond ϵ doit être au maximum du même ordre de grandeur que le terme de diffusion multiple que l'on cherche à déterminer. (III.4).

CONCLUSION

Le but que nous nous étions fixé était de déterminer le p_{bc} de particules dont les trajectoires sont assez inclinées. Nous l'avons réalisé en deux étapes.

D'une part, pour chaque plaque traversée, nous avons étudié la déformation et vérifié si elle est régulière ou non par une méthode de projection liée exclusivement à la trace telle qu'elle se présente dans l'émulsion développée.

D'autre part, dans les cas reconnus favorables, nous avons réussi à éliminer cette déformation; ce qui nous a permis de déterminer le signal dû à la diffusion multiple seule. Nous y sommes parvenu en opérant d'une manière systématique, sans faire d'hypothèse sur la nature de la déformation, en partant d'une technique liée elle aussi uniquement à la trace telle que nous la voyons dans l'émulsion. Dans chaque cas douteux, nous avons abandonné l'étude de la trace dans la plaque correspondante.

Nous avons appliqué avec succès cette méthode aux traces de particules dont le p_{bc} est au maximum de l'ordre de 150 MeV/c et dont l'inclinaison peut aller jusqu'à 70°. Pour des p_{bc} plus importants, la diffusion multiple est si petite, qu'elle risque d'être éliminée avec la déformation, dans les émulsions telles qu'elles sont réalisées actuellement.

BIBLIOGRAPHIE

- 1- V. Yngve Phys. Rev. 1953,92,428
- 2- A.J. Apostalakis and J. Mayor British journal of applied physics
1957,8,9
- 3- P. Heinzer Il nuovo cimento 1964,XXXIV n°6,6804
- 4- The study of elementary particles by the photographic method by
C.F. Powell Pergamon Press
- 5- W.H. Barkas Phys. Rev. 1957,105,1037
- 6- E. Pickup and L. Voyvodic Phys. Rev. 1952,85,91
- 7- C. Simonin Haudecoeur et D. Schune C.R. Acad. Sc. Paris 1968,266,1337
- 8- C. Simonin Haudecoeur-D. Schune-B. Willot C.R. Acad. Sc. Paris
1969,269,586
- 9- Cours et exercices de calcul numérique Laborde Dunod
- 10- High energy particles B. Rossi Prentice Hall N.Y. 1952
- 11- Méthode de simulation - cours de 3^e cycle de Agard
- 12- Table of random number and gaussian deviates
- 13- D.H. Perkins CERN 63,3

REMERCIEMENTS

Je me fais un plaisir ,en terminant ce travail,d'adresser mes plus sincères remerciements à Monsieur le Professeur MORAND, Directeur du Laboratoire de Physique Générale, qui m'a proposé le sujet de cette thèse et qui m'a constamment guidée de ses conseils judicieux avec une autorité très souriante.

J'adresse à Madame MORAND, Sous-directrice du Laboratoire, le témoignage de ma gratitude pour l'accueil que j'ai trouvé auprès d'elle et pour les encouragements qu'elle n'a cessé de me prodiguer.

Je dois rendre un témoignage particulier à Madame Brigitte Willot pour l'aide compétente, assidue et très efficace qu'elle m'a apportée avec un dévouement ininterrompu et tenace. Qu'elle partage ma gratitude amicale avec Madame Denise Schune dont la profonde amitié et l'attention scrupuleuse m'ont particulièrement encouragée dans les périodes difficiles.

Je n'oublie pas Monsieur Tsai Chu ,qui, par sa gentillesse, ses conseils ,sa constante courtoisie, m'a beaucoup aidée dans la réalisation de mesures délicates.

Toute la partie technologique de cette recherche a été confiée aux soins compétents de Monsieur Guerrier, qui, grâce à la mise au point de différents appareillages minutieux et complexes, a rendu ce travail possible. Je l'en remercie vivement.

TABLE DES MATIERES

INTRODUCTION.....	1
CHAPITRE I - Rappel des travaux antérieurs et des méthodes particulières utilisées pour déterminer la déformation dans le cas de traces inclinées.....	3
I.1 Travaux de A.J.Apostolakis et P.Heinzer.....	3
I.2 Méthodes utilisées pour déterminer la diffusion multiple des traces inclinées.....	6
CHAPITRE II - Détermination et Représentation de la déformation d'une trace dans l'espace.....	11
II.1 Projection dans le plan P: résolution du problème géométrique.....	12
II.2 Représentation graphique	17
CHAPITRE III - Simulation de trace et élimination de la déformation en utilisant un polynôme de degré n.....	19
III.1 Représentation de la trace par un polynôme en utilisant la méthode des moindres carrés.....	20
III.2 Elimination de la déformation.....	21
III.3 Simulation de trace	23
III.4 Conclusion.....	36
CHAPITRE IV - Résultats Expérimentaux.....	40
IV.1 Etude de cinq traces dont le p _{sc} a été déterminé par la méthode de Barkas.....	40
IV.2 Etude de quatre traces à partir de la méthode proposée.....	42
ANNEXE -.....	45
CONCLUSION	47
BIBLIOGRAPHIE	48

PERMIS D'IMPRIMER

DOCTORAT : ES SCIENCES.

THESE DE : SCIENCES PHYSIQUES.

NOM : METON.

Prénoms : Christiane.

né le 13 Mai . . . 1935. a . LA COURNEUVE . . . Seine. . . Dép^t : . . .

1ère THESE : Détermination de la diffusion multiple de particules .
dont la trajectoire est inclinée par rapport au plan de l'émulsion.

2e THESE (Propositions faites par l'Université) : . . .

